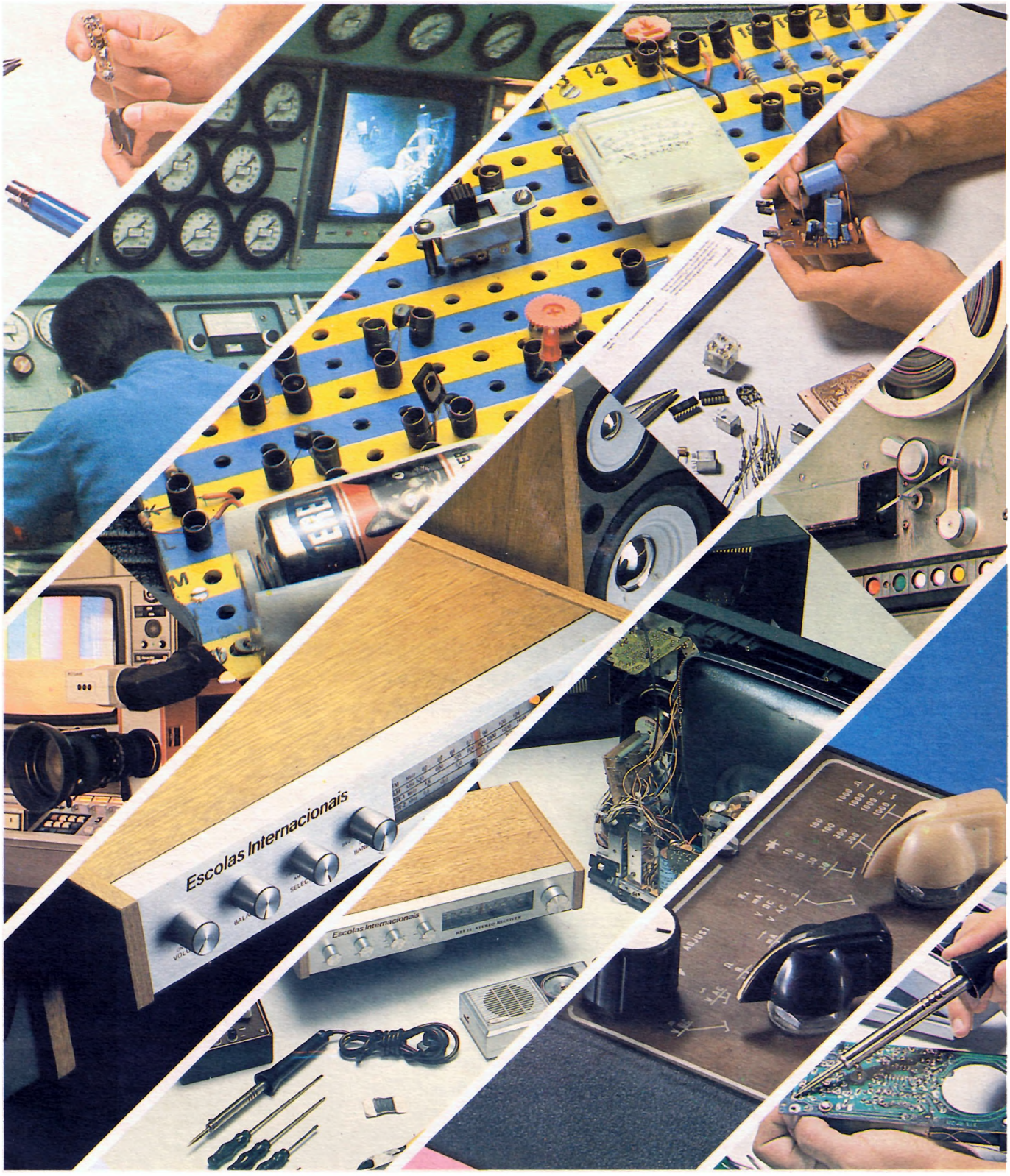
POTÊNCIAS E RAÍZES



Escolas Internacionais

Referência

017

Conteúdo didático programado e elaborado pela equipe técnico-pedagógica das Escolas Internacionais.

Supervisão geral das equipes técnica e docente de "Methodos Consultoria de Eletrônica Sociedade Civil".

Copyright
International Textbook Company
ICS — International Correspondence Schools
Scranton, Pennsylvania — USA
Copyright
Direitos exclusivos no Brasil para

ESCOLAS INTERNACIONAIS ®
São Paulo, SP — Brasil

Reservados todos os direitos. Proibida a reprodução total ou parcial do texto e das ilustrações por qualquer forma ou meio, sem prévia autorização por escrito dos detentores do copyright. Edições ou reproduções não autorizadas estarão sujeitas às penalidades da Lei.

Impresso no parque gráfico das
Escolas Internacionais do Brasil

Índice Geral

POTÊNCIAS E RAÍZES

Potenciação

1. Produto de vários fatores 7
2. Potência de um número 7
3. Modo de se escrever uma potência 8
4. Leitura das potências 8
5. Potências especiais 8

Propriedades das Potências

6. Produto de potências de mesma base 9
7. Quociente de potências de mesma base 10
8. Potência de potência 11
9. Potência de um produto e de um quociente 11
10. Potências das unidades de diversas ordens 12
11. Número de algarismos do quadrado 13
12. Produtos notáveis 13
13. Potenciação de uma fração ordinária 15
14. Potenciação de números decimais 16
15. Potenciação de números relativos 17

Radiciação

16. Noções 18
17. Quadrados e cubos perfeitos 19

Extração da Raiz Quadrada

18. Raízes quadradas dos números menores que 100, por falta ou por excesso. 20
19. Número de algarismos da raiz 20
20. Processo de extração da raiz quadrada 20
21. Raiz quadrada dos números decimais 26
22. Raiz quadrada com aproximação decimal 28
23. Forma simplificada da extração da raiz quadrada 29
24. Regra para extrair a raiz quadrada 30
25. Prova da extração da raiz quadrada 31
26. Raiz quadrada das frações 31

Uso de Potências de 10

27. Potências positivas de 10 32
28. Potências negativas de 10 33
29. Aplicação de potências de 10 nos cálculos 34
30. Aplicações do quadrado e da raiz quadrada 35

Cálculos Relativos à Superfícies Planas

31. Achar o lado de um quadrado 38
32. Propriedade do triângulo retângulo 38
33. Teorema de Pitágoras 39
34. Cálculo dos lados de um triângulo retângulo 40
35. Determinação do diâmetro de um círculo 41
36. Exatidão das medições 43
37. Algarismo significativo 44
38. Número necessário de algarismos significativos 46
39. Notação científica 49
40. Operações com números escritos com notação científica 50
41. Notação de engenharia 50

Exame 51

Potenciação

1. Produto de Vários Fatores

Antes de se falar em Potenciação, é importante definir o que seja *produto de vários fatores*.

Vejamos dois exemplos:

1°) 2 x 3 x 4 = 24, onde 2, 3 e 4 são *fatores* e o resultado 24 é o *produto.*

2°) 5 x 5 x 5 = 125, onde 5, 5 e 5 são *fatores* e o resultado 125 é o *produto.*

Percebemos que cada número de uma multiplicação chama-se *fator* e o resultado chama-se *produto.*

Se aumentarmos a quantidade de fatores, o processo será o mesmo, e simplesmente ocorrerá mais multiplicações. Assim:

2 x 3 x 4 x 5 x 6 = 720

ou

5 x 5 x 5 x 5 x 5 = 3 125

Desse modo, podemos definir "produto de vários fatores" da seguinte forma:

> ***Produto de vários fatores*** é o resultado de uma multiplicação de vários fatores.

2. Potência de um Número

No 2° exemplo apresentado no item anterior, podemos verificar que os fatores são *iguais,* ou seja, o número 5 repete-se três vezes. Neste caso, ao invés de se escrever 5 x 5 x x 5 = 125, usa-se a forma $5^3 = 125$. Note que o número 3 indica quantas vezes o número 5 é repetido na multiplicação.

Desse modo, podemos definir potência de um número da seguinte forma:

> ***Potência de um número*** é o produto de fatores iguais a esse número.
> A operação que permite obter as potências dos números é chamada de ***Potenciação.***

Na operação de potenciação, temos:

5^3 { 5^3 é a potência.
5 é a base da potência.
3 é o expoente da potência.

Potência ou valor da potência é o resultado da operação, ou seja: 5 x 5 x 5 = 125 ou $5^3 = 125$.

Base da potência é o fator que se repete.

Expoente é o número que indica quantas vezes a base se repete.

$$\underset{\text{base}}{5}\overset{\text{expoente}}{^{3}} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{\text{3 fatores}} = \underset{\text{potência}}{125}$$

3. Modo de se Escrever Uma Potência

Para escrever uma potência devemos proceder da seguinte forma:

1°) escrevemos a base, ou seja, o número dado;

2°) juntamos a esta base, à direita e um pouco acima, o expoente que indica o número de vezes que a base se repete.

Exemplo: $7^3 = 343$

onde 7 é a base, 3 é o expoente e 343 é o valor da potência.

4. Leitura das Potências

1°) Como é que se lê quando o expoente é 2 ?

Exemplo: 5^2

Lê-se: cinco elevado à segunda potência ou segunda potência de cinco, ou ainda, cinco ao *quadrado.*

2°) E quando o expoente é 3 ?

Exemplo: 5^3

Lê-se: cinco elevado à terceira potência ou terceira potência de cinco, ou ainda, cinco ao *cubo.*

3°) Bem, agora vamos ver quando o expoente é 4, 5, 6, etc.

Exemplos: 5^4

Lê-se: cinco elevado à quarta potência ou quarta potência de cinco.

5^5

Lê-se: cinco elevado à quinta potência ou quinta potência de cinco.

5. Potências especiais

Vamos considerar alguns casos especiais de potências:

1°. Potência com base zero e expoente diferente de zero

A potência é sempre zero.

Exemplos: $0^2 = 0 \times 0 = 0$

$0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0$

$0^4 = 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$

2°) Potência com base um.

A potência é sempre 1.

Exemplos: $1^0 = 1$

$1^1 = 1$

$1^2 = 1 \times 1 = 1$

$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$

3°) Potência com base 10.

A potência é igual ao algarismo 1 seguido de tantos zeros quantos forem as ***unidades*** do expoente.

Exemplos: $10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$

4º) Potência com expoente zero

A potência de expoente zero é igual a *1.*

Exemplos: $2^0 = 1$
$3^0 = 1$
$4^0 = 1$

5º) Potência com expoente um

A potência de expoente um é sempre igual à base.

Exemplos: $0^1 = 0$
$1^1 = 1$
$2^1 = 2$
$3^1 = 3$
$15^1 = 15$

Acompanhe agora outros exemplos:

Exemplo 1

Achar o quadrado de 35.

Solução

O quadrado de 35 pode ser escrito assim: 35^2.

Então, a base é 35 e o expoente é 2. Neste caso temos que multiplicar a base (35) por ela mesma, duas vezes.

$35^2 = 35 \times 35 = 1\,225$

Resposta: O quadrado de 35 é 1 225.

Exemplo 2

Achar o cubo de 35.

Solução

O cubo de 35 pode ser escrito assim: 35^3.

A base é 35 e o expoente é 3. Portanto, 35 tem que ser multiplicado por ele mesmo, três vezes.

$35^3 = 35 \times 35 \times 35 = 42\,875$

Resposta: O cubo de 35 é 42 875.

Propriedades das Potências

6. Produto de Potências de Mesma Base

Vamos considerar o produto de 5^6 por 5^3, que são potências de mesma base (5).

$$5^6 \times 5^3 = \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{5^6} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{5^3} = 5^9$$

Observe que o expoente 9 do resultado é a soma dos expoentes 6 e 3 dos fatores.
$5^6 \times 5^3 = 5^9$

Então, podemos formular a seguinte regra:

> Para se ***multiplicar potências de mesma base,*** conservamos a base comum e somamos os expoentes.

Veja alguns exemplos:
a) $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$
b) $y^4 \times y^2 = y^{4+2} = y^6$
c) $(0,2)^2 \times (0,2)^5 = (0,2)^{2+5} = (0,2)^7$
d) $(\frac{3}{5})^2 \times (\frac{3}{5})^6 = (\frac{3}{5})^{2+6} = (\frac{3}{5})^8$
e) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

7. Quociente de Potências de Mesma Base

Vamos considerar a divisão de 5^6 por 5^3, que são potências de mesma base (5).
Pelo que vimos em razões e proporções, poderemos escrever o quociente em forma de fração:
$5^6 \div 5^3 = \frac{5^6}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} = 5^3$

Logo, podemos concluir que o expoente do quociente é a diferença dos expoentes do dividendo e do divisor.
Podemos então formular a seguinte regra:

> Para se ***dividir potências de mesma base,*** conservamos a base comum e subtraímos os expoentes.

Veja alguns exemplos:
a) $2^3 \div 2^2 = 2^{3-2} = 2^1 = 2$
b) $x^4 \div x^2 = x^{4-2} = x^2$
c) $(0,2)^5 \div (0,2)^2 = (0,2)^{5-2} = (0,2)^3$
d) $(\frac{1}{3})^8 \div (\frac{1}{3})^4 = (\frac{1}{3})^{8-4} = (\frac{1}{3})^4$
e) $a^m \div a^n = a^{m-n}$
Se o nosso exemplo fosse $5^3 \div 5^6$, poderíamos resolver este quociente de potências de mesma base de duas formas:

1a.) Seguindo a regra para a divisão de potências de mesma base: ***"Conservar a base e subtrair os expoentes",*** teremos:
$5^3 \div 5^6 = 5^{3-6} = 5^{-3}$ (potência com expoente negativo)

2a.) Seguindo a demonstração anterior, poderemos escrever o quociente em ***forma de fração.*** Desse modo, teremos:

$5^3 \div 5^6 = \frac{5^3}{5^6} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^3}$

Comparando estes resultados, podemos concluir que:

$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$

Podemos então, formular a seguinte regra:

> Todo número elevado a um ***expoente negativo*** é igual a uma fração, em que o numerador é sempre 1 ***(um)*** e o denominador é o mesmo número elevado ao mesmo expoente, porém, com sinal positivo.

Veja alguns exemplos:

a) $2^2 \div 2^3 = 2^{2-3} = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

ou $\frac{2^2}{2^3} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2} = \frac{1}{2}$

b) $10^3 \div 10^5 = 10^{3-5} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2}$

ou $\frac{10^3}{10^5} = \frac{\cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^2}$

8. Potência de Potência

Vamos considerar a potência 5^2 e vamos elevá-la à quarta potência. Assim: $(5^2)^4$

Neste caso, temos como base a potência 5^2 e o expoente é 4, que indica que a base deve ser multiplicada por ela mesma quatro vezes. Assim:

$(5^2)^4 = (5^2) \times (5^2) \times (5^2) \times (5^2)$ (produto de 4 fatores iguais a 5^2).

Bem, agora temos um produto de potências de mesma base, e conforme a regra que vimos, temos que conservar a base comum (5), e somar os expoentes.

$(5^2)^4 = 5^{2+2+2+2}$ (produto de potências de mesma base).

$(5^2)^4 = 5^8$

Vemos que o expoente 8 do resultado é o produto dos expoentes 2 e 4.

Então, podemos formular a seguinte regra:

> Para se elevar uma ***potência a um outro expoente,*** conservamos a base e multiplicamos os expoentes.

Veja alguns exemplos:

a) $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$

b) $(x^4)^3 = x^{4 \times 3} = x^{12}$

c) $[(0,2)^4]^5 = (0,2)^{4 \times 5} = (0,2)^{20}$

d) $[(\frac{2}{3})^2]^3 = (\frac{2}{3})^{2 \times 3} = (\frac{2}{3})^6$

e) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

9. Potência de um Produto e de um Quociente

Vamos considerar a potência $(2 \times 5)^3$, que se lê: duas vezes cinco ao cubo. Temos então:

$(2 \times 5)^3 = (2 \times 5) \cdot (2 \times 5) \cdot (2 \times 5)$

$(2 \times 5)^3 = (2 \times 2 \times 2) \cdot (5 \times 5 \times 5)$

$(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$

Veja que os fatores 2 e 5 foram elevados à potência 3.

Assim, podemos concluir o seguinte:

Para se achar a ***potência de um produto,*** basta elevar a essa potência cada um dos fatores.

Agora, vamos considerar a potência $(6 \div 3)^3$, onde se lê: seis dividido por três, elevado ao cubo.

Temos então: $(6 \div 3)^3 = (6 \div 3) \times (6 \div 3) \times (6 \div 3)$

$(6 \div 3)^3 = (6 \times 6 \times 6) \div (3 \times 3 \times 3)$

$(6 \div 3)^3 = 6^3 \div 3^3$

Logo, podemos concluir o seguinte:

Para se achar a ***potência de um quociente,*** basta elevar o dividendo e o divisor desse quociente, ao mesmo expoente.

Veja alguns exemplos:

a) $(5 \times 4)^2 = 5^2 \times 4^2$

b) $(12 \div 3)^4 = 12^4 \div 3^4$

c) $(3 \times 5 \times 6)^3 = 3^3 \times 5^3 \times 6^3$

d) $(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5})^5 = (\frac{2}{3})^5 \times (\frac{4}{5})^5$

e) $(a \div b)^m = a^m \div b^m$

f) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Observação:

Nos casos de potência de uma adição ou de uma subtração, calculamos primeiro a adição ou subtração, e em seguida efetuamos a operação.

Exemplos: $(7 - 5)^2 = 2^2 = 2 \times 2 = 4$

$(3 + 4)^2 = 7^2 = 7 \times 7 = 49$

10. Potências das Unidades de Diversas ordens

Quando tivermos uma potência, cuja base seja formada pela unidade seguida de um determinado número de zeros (10, 100, 1 000, etc.), existe uma regra prática que permite determinar o valor desse tipo de potência.

A regra prática para as potências das unidades de diversas ordens é a seguinte:

Multiplica-se o número de zeros da base pelo número do expoente. O produto obtido será o número de zeros que devem ser colocados em seguida à unidade, para obter-se o valor da potência.

Veja os seguintes exemplos:

Exemplo 1

Elevar ao quadrado o número 10 000.

Solução

O número dado tem 4 zeros. O número do expoente é 2. Então, o produto 4 x 2 = 8 será o número de zeros que devem ser colocados em seguida à unidade, para se obter o valor da potência.

Desse modo, temos: $10\,000^2 = 100\,000\,000$

Resposta: o quadrado de 10 000 é 100 000 000.

Exemplo 2

Achar a quinta potência de 10.

Solução

O número dado tem 1 zero. O expoente é igual a 5. Logo, a quantidade de zeros da potência será: 1 x 5 = 5.

Então, temos: $10^5 = 100\,000$

Resposta: a quinta potência de 10 é 100 000.

11. Número de Algarismos do Quadrado

Entre os números de um algarismo, o menor é 1 e o maior é 9; e os seus quadrados respectivos são 1 e 81. O menor número de dois algarismos é 10 e o maior 99; e os seus quadrados são, respectivamente, 100 e 9 801.

Observe os seguintes números e os seus correspondentes quadrados:

$1^2 = 1$	$9^2 = 81$
$10^2 = 100$	$99^2 = 9\,801$
$100^2 = 10\,000$	$999^2 = 998\,001$
$1\,000^2 = 1\,000\,000$	$9\,999^2 = 99\,980\,001$

Analisando este quadro, verifica-se que o quadrado de um número composto apenas de um único algarismo pode ter um ou dois algarismos; que o quadrado de um número que tem dois algarismos pode ter três ou quatro algarismos, etc.

Portanto, podemos concluir o seguinte:

> Para qualquer número elevado ao quadrado (2), o valor da potência terá o dobro de algarismos desse número, ou o dobro menos 1.

12. Produtos Notáveis

Se compararmos $(3 + 5)^2$ e $3^2 + 5^2$ verificamos logo que são diferentes, pois:

$(3 + 5)^2 = 8^2 = 8 \times 8 = 64$

$3^2 + 5^2 = 3 \times 3 + 5 \times 5 = 9 + 25 = 34$

No cálculo algébrico existem algumas multiplicações muito usadas, que são conhecidas pelo nome de ***Produtos Notáveis.***

Os principais produtos notáveis são:

1°) Quadrado da soma de dois termos

Supondo-se que se queira achar o quadrado da soma de 3 e 5, isto é, calcular $(3 + 5)^2$.

Sabemos que $(3 + 5)^2 = (3 + 5) . (3 + 5)$

Para se multiplicar uma soma por outra, temos que multiplicar todas as parcelas da primeira soma pelas parcelas da segunda, obtendo-se assim:

$(3 + 5) . (3 + 5) = 3 \times 3 + 3 \times 5 + 5 \times 3 + 5 \times 5$

E como $3 \times 5 + 5 \times 3 = 3 \times 5 + 3 \times 5$

$= 2 \times 3 \times 5$

poderemos escrever:

$(3 + 5)^2 = 3 \times 3 + 2 \times 3 \times 5 + 5 \times 5 = 3^2 + 2 \times 3 \times 5 + 5^2$

Temos, então, a seguinte regra:

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo.

Veja:

$(a + b)^2 = a^2 + 2 . a . b + b^2$

2º termo — quadrado do 2º termo

duas vezes o produto dos dois termos

1º termo — quadrado do 1º termo

Observe alguns exemplos:

a) $(a + 5)^2 = a^2 + 2 . a . 5 + 5^2 = a^2 + 10a + 25$

b) $(x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + 2 . x . \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$

c) $(3a + 2b)^2 = (3a)^2 + 2 . (3a) . (2b) + (2b)^2 = 9a^2 + 12ab + 4b^2$

Como todo número pode ser considerado com igual à soma das suas dezenas com as suas unidades, podemos considerar como conseqüência desta propriedade o seguinte:

Todo número elevado ao quadrado é igual ao quadrado das suas dezenas, mais o dobro do produto das suas dezenas pelas suas unidades, mais o quadrado das suas unidades.

Vamos considerar como exemplo o número 37, cujo valor das suas dezenas é 30, e o de suas unidades é 7: (30 + 7 = 37).

Poderemos então escrever:

$37^2 = (30 + 7)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 7 + 7^2 = 900 + 420 + 49 = 1\,369$

Se elevarmos o número 37 ao quadrado, também acharemos o resultado 1 369.

$37^2 = 37 \times 37 = 1\,369$

Se o número fosse 354, teríamos que considerar as unidades como 4 e as dezenas valeriam então 350. Assim, teríamos:

$(350 + 4)^2 = 350^2 + 2 \times 350 \times 4 + 4^2 = 122\,500 + 2\,800 + 16 = 125\,316$

De fato, se elevarmos 354 ao quadrado, teremos:

$354^2 = 354 \times 354 = 125\,316$

2.º) Quadrado da diferença de dois termos

Vamos supor o quadrado da diferença entre 5 e 3, isto é, calcular: $(5-3)^2$. Sabemos que $(5-3)^2 = (5-3) \cdot (5-3)$

Para calcular esta multiplicação, temos que multiplicar todas as parcelas da primeira diferença pelas parcelas da segunda. Assim, teremos:

$(5-3) \cdot (5-3) = 5 \times 5 - (5 \times 3) - (3 \times 5) + 3 \times 3$

e como $-(5 \times 3) - (3 \times 5) = -(5 \times 3) - (5 \times 3) = -2 \times 5 \times 3$

poderemos escrever:

$(5-3)^2 = 5 \times 5 - 2 \times 5 \times 3 + 3 \times 3 = 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2$

Temos, então, a seguinte regra:

> O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Veja:

$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2$

- a: 1.º termo
- b: 2.º termo
- $2 \cdot ab$: duas vezes o produto dos dois termos
- b^2: quadrado do 2.º termo
- a^2: quadrado do 1.º termo

3.º) Produto da soma pela diferença de dois termos

Vamos supor o seguinte produto: $(5+3) \cdot (5-3)$

Para calcular esta multiplicação, temos que multiplicar todas as parcelas da soma pelas parcelas da diferença. Assim, teremos:

$$\begin{aligned}(5+3) \cdot (5-3) &= 5 \times (5-3) + 3 \times (5-3) \\ &= 5 \times 5 - 5 \times 3 + 3 \times 5 - 3 \times 3 \\ &= 5^2 - 15 + 15 - 3^2 \\ &= 5^2 - 3^2\end{aligned}$$

Daqui, temos então a seguinte regra:

> O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

Veja:

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

- a: 1.º termo
- b: 2.º termo
- b^2: quadrado do 2.º termo
- a^2: quadrado do 1.º termo

13. Potenciação de Uma Fração Ordinária

Agora que você já se familiarizou com as noções básicas acerca das potências, vamos calcular o cubo da seguinte fração: $(\frac{2}{7})^3$

A base é a própria fração $\frac{2}{7}$, e o expoente 3 indica que a fração deve ser multiplicada

por ela mesma, três vezes.

$(\frac{2}{7})^3 = \frac{2^3}{7^3} = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{2 \times 2 \times 2}{7 \times 7 \times 7} = \frac{8}{343}$

Observe este outro exemplo:

Qual é o valor de $(\frac{5}{8})^2 = ?$

Neste caso, a base é uma fração que deverá ser multiplicada por si mesma duas vezes, conforme indica o expoente 2.

Temos então: $(\frac{5}{8})^2 = (\frac{5}{8}) \cdot (\frac{5}{8})$

$(\frac{5}{8})^2 = \frac{5^2}{8^2} = \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 8} = \frac{25}{64}$

Resposta: O valor de $(\frac{5}{8})^2 = \frac{25}{64}$

Veja mais estes exemplos:

$(\frac{2}{5})^4 = \frac{2^4}{5^4} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{16}{625}$

$(\frac{1}{3})^2 = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1 \times 1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$

Para os números mistos bastará transformá-los em frações impróprias. Observe os exemplos:

$(3\frac{1}{5})^2 = (\frac{16}{5})^2 = \frac{16^2}{5^2} = \frac{16 \times 16}{5 \times 5} = \frac{256}{25}$

$(3\frac{1}{2})^3 = (\frac{7}{2})^3 = \frac{7^3}{2^3} = \frac{7 \times 7 \times 7}{2 \times 2 \times 2} = \frac{343}{8}$

14. Potenciação de Números Decimais

Para os números decimais, desprezamos a vírgula e elevamos o número assim obtido à potência dada, como se ele fosse um número inteiro. E no resultado, o número de casas decimais é determinado multiplicando-se o número de algarismos decimais da base, pelo expoente da potência. A vírgula deve ser colocada para separar a parte inteira da decimal.

Observe o exemplo:

$(2,1)^2 = 2,1 \times 2,1 = 4,41$

O número decimal 2,1 sem a vírgula fica 21. E o quadrado de 21 é igual a 21 x 21 = = 441. Para colocar a vírgula, temos que multiplicar o número de algarismos decimais (neste caso uma só casa decimal), pelo expoente da potência (neste caso é igual a dois): 1 x 2 = 2 casas decimais.

Veja estes outros exemplos:

Exemplo 1

Achar o valor de $(1,235)^2$

Solução

Tiramos a vírgula e obtemos 1235, que deverá ser elevado ao quadrado.

$$1235^2 = 1235 \times 1235$$

$$\begin{array}{r} 1235 \\ 1235 \\ \hline 6175 \\ 3705 \\ 2470 \\ 1235 \\ \hline 1525225 \end{array}$$

Finalmente, no número resultante, temos que determinar os algarismos que pertencem à parte decimal. Isto é feito multiplicando-se o número de algarismos decimais da base, pelo expoente da potência:

3 x 2 = 6 casas decimais.

Logo, a potência procurada é 1,525225

Resposta: o valor de $(1,235)^2$ é 1,525225

Exemplo 2

Achar a quarta potência de 0,15.

Solução

Tirando a vírgula de 0,15 teremos 15.

A quarta potência de 15 é: $15^4 = 15 \times 15 \times 15 \times 15$

$$15^4 = 50\,625$$

Neste resultado, separamos 2 x 4 = 8 casas decimais. E a potência pedida será:

$(0,15)^4 = 0,00050625$

Resposta: a quarta potência de 0,15 é 0,00050625.

Observação:

Quando um número é menor que 1, as suas potências são menores que o referido número.

15. Potenciação de Números Relativos

Para a potenciação de números relativos, calculamos normalmente a potência do número dado e observamos a seguinte regra para a colocação do sinal no produto:

1°) se o expoente é par: a potência será positiva (+).
2°) se o expoente é ímpar: a potência terá o ***mesmo sinal da base.***

Exemplos com expoente par:

a) $(+6)^2 = (+6) \cdot (+6) = (+36)$

b) $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (+81)$

Exemplos com expoente ímpar:

a) $(+4)^3 = (+4) \cdot (+4) \cdot (+4) = (+64)$

b) $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = (-125)$

Observe melhor por estes 3 exemplos seguintes:

1) $(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

expoente ímpar — mesmo sinal

Direitos reservados

2) $(+3)^5 = (+3) \times (+3) \times (+3) \times (+3) \times (+3) = +243$

expoente ímpar → mesmo sinal

3) $(5)^2 = (+5) \times (+5) = +25$

expoente par — sinal positivo

Radiciação

16. Noções

Quando calculamos 5^2 e achamos 25, efetuamos uma potência. Pois bem, agora pense ao contrário, formulando a seguinte pergunta:

Qual é o número que elevado ao quadrado, dá como resultado 25 ?

A resposta é 5.

Mas como conseguimos chegar a este resultado?

O que na realidade efetuamos é uma operação inversa à potenciação, que é chamada ***radiciação,*** ou seja, estamos calculando a ***raiz quadrada*** do número 25.

A raiz do número 25 é indicada da seguinte forma: $\sqrt{25}$,

que se lê: ***"Raiz quadrada*** de 25"

Então, temos: $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$

"Raiz quadrada de 25 é igual a 5".

O símbolo $\sqrt{\ }$ chama-se raiz;

$\sqrt{25}$ chama-se ***radical;***

25 é o ***radicando;***

5 é a ***raiz quadrada,*** que é o resultado da operação.

Você poderia formular também a seguinte pergunta:

Qual é o número que elevado ao cubo dá 27 ?

A resposta é 3.

E indicaríamos esta operação da seguinte forma: $\sqrt[3]{27} = 3$

A ***raiz cúbica*** de 27 é igual a 3, porque $3^3 = 27$.

$\sqrt[3]{\ }$ = sinal da raiz

3 = índice

$\sqrt[3]{27}$ = radical

27 = radicando

3 = raiz cúbica (resultado da operação).

Também poderíamos formular esta pergunta:

Qual é o número que elevado à quarta potência dá 16 ?

A indicação seria: $\sqrt[4]{16} = 2$ porque $2^4 = 16$

"raiz quarta de dezesseis é igual a dois".

$\sqrt[4]{\ }$ = sinal da raiz

4 = índice

$\sqrt[4]{16}$ = radical

16 = radicando

2 = raiz quarta (resultado da operação).

Direitos reservados

Como você pode acompanhar, o radicando é sempre colocado debaixo do sinal $\sqrt{\ }$, chamado radical. O índice é colocado no ângulo do radical: no exemplo $\sqrt[3]{27}$ (raiz cúbica de 27) temos o índice 3, e no exemplo $\sqrt[4]{16}$ (raiz quarta de 16) temos o índice 4. Observe que no exemplo $\sqrt{25}$ não colocamos o índice 2, pois na raiz quadrada não se costuma por o índice.

17. Quadrados e Cubos Perfeitos

A raiz quadrada de um número, é um outro número que elevado ao quadrado reproduz o primeiro.

Por exemplo: $\sqrt{49} = 7$ porque $7^2 = 49$

"Raiz quadrada de 49 é igual a 7" porque 7 ao quadrado é igual a 49. Portanto, 49 é um *quadrado perfeito.*

Quadrados perfeitos são números que admitem raiz quadrada exata.

A raiz cúbica de um número é um outro número que elevado ao cubo reproduz o primeiro.

Por exemplo: $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$

"Raiz cúbica de 8 é igual a 2, porque 2 ao cubo é igual a 8." Portanto, 8 é um *cubo perfeito.*

Cubos perfeitos são números que admitem raiz cúbica exata.

A seguir, apresentamos uma tabela na qual figuram os quadrados e cubos dos números de 1 a 10.

Raízes	Quadrados Perfeitos	Cubos Perfeitos
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1 000
n	n^2	n^3

Extração da Raiz Quadrada

18. Raízes Quadradas dos Números Menores que 100, por falta ou por Excesso

Vamos extrair a raiz quadrada de 73: $\sqrt{73}$

Olhando na tabela dos quadrados perfeitos, você pode ver que 73 está entre dois quadrados perfeitos: 64 e 81.

$$\sqrt{64} < \sqrt{73} < \sqrt{81}$$

Extraindo as raízes quadradas, teremos:

$$8 < \sqrt{73} < 9$$

Então, podemos afirmar o seguinte:

$8 = \sqrt{\ 73\ }$ por falta, com erro menor que uma unidade;

$9 = \sqrt{\ 73\ }$ por excesso, com erro menor que uma unidade;

Consideramos que o erro é menor que uma unidade, porque, neste caso, estamos desprezando uma certa quantidade de décimos, centésimos, etc.

19. Número de Algarismos da Raiz

Para se saber o número de algarismos que terá uma raiz, basta verificar a quantidade de algarismos do número dado.

Se a quantidade de algarismos do número dado for ***par,*** a raiz terá a ***metade*** da quantidade de algarismos do número dado.

Exemplo:

A raiz quadrada de um número que tenha 6 algarismos, terá: $\frac{6}{2} = 3$ algarismos.

Se a quantidade de algarismos de um número dado for ***ímpar,*** a raiz terá um número de algarismos que será a ***metade da soma:*** quantidade de algarismos do número + 1.

Exemplo:

A raiz quadrada de um número que tenha 9 algarismos, terá: $\frac{9+1}{2} = 5$ algarismos.

20. Processo de extração da raiz quadrada

Para que você compreenda bem o método de extração da raiz quadrada de um número inteiro, daremos um exemplo no qual detalharemos toda a série de operações realizadas.

Vamos extrair a raiz quadrada do número 31505769, que é um quadrado perfeito.

Direitos reservados

1a.) Etapa

Separar o número dado em grupos de dois algarismos, a partir da direita para a esquerda:

31'50'57'69

Neste caso, o número de grupos é 4, que será também o número de algarismos da raiz procurada.

2a.) Etapa

Procurar o mais número de um algarismo, cujo quadrado esteja contido em 31. Esse número é 5.

Escrever 5 à direita, como o primeiro algarismo da raiz.

Escrever 5 à esquerda, como se vê em a).

Elevar ao quadrado este número 5, que é o primeiro algarismo da raiz: $5^2 = 25$. Escrever 25 abaixo do primeiro grupo (31). Em seguida, subtrair 25 de 31, que dá como resto 6.

a)

$$\begin{array}{l|l} 31'50'57'69 & 5 \\ \hline 5^2 = 25 & \\ \hline 6 & \end{array}$$

3a.) Etapa

À direita do resto 6, escrever o segundo grupo (50). Temos então o número 650, que é o primeiro dividendo.

Multiplicar o primeiro algarismo da raiz, 5, que escrevemos em a) por 20: (5 x 20 = = 100). O número 100 é chamado primeiro divisor de prova.

Dividir o primeiro dividendo (650), pelo primeiro divisor de prova (100): (650 ÷ 100 = = 6). O quociente 6 será, provavelmente, o segundo algarismo da raiz.

Escrever 6 na raiz.

Escrever 6 à esquerda, somando-o com 100: (100 + 6 = 106). O número 106 é o primeiro divisor completo.

Multiplicar o primeiro divisor completo (106) por 6: (106 x 6 = 636).

Em seguida, subtrair 636 do primeiro dividendo (650): (650 – 636 = 14).

a)

	5	$\sqrt{31'50'57'69}$	56
	20	$5^2 = 25$	
primeiro divisor de prova	100	650	primeiro dividendo
	6	636	
primeiro divisor completo	106	14	

4a.) Etapa

À direita do resto 14, escrever o terceiro grupo (57). Temos então o número 1457 que é o segundo dividendo.

Multiplicar os dois algarismos da raiz, 56, que escrevemos em b) por 20: (56 x 20 = = 1120). O número 1120 é chamado segundo divisor de prova.

Dividir o segundo dividendo, 1457, pelo segundo divisor de prova, 1120: (1457 ÷ 1120 = 1). O quociente 1 será, provavelmente, o terceiro algarismo da raiz.

Escrever 1 na raiz.

Escrever 1 à esquerda, somando-o com 1120: (1120 + 1 = 1121).

O número 1121 é o segundo divisor completo.

Multiplicar o segundo divisor completo, 1121 por 1: (1121 x 1 = 1121).

Em seguida, subtrair 1121 do segundo dividendo, 1457: (1457 – 1121 = 336).

a)	5	$\sqrt{31'50'57'69}$	561
	20	$5^2 = 25$	
primeiro divisor de prova	100	650	primeiro dividendo
	6	636	
primeiro divisor completo	106	1457	segundo dividendo
b)	56	1121	
	20	336	
segundo divisor de prova	1120		
	1		
segundo divisor completo	1121		

5a. Etapa

À direita do resto 336, escrever o quarto grupo (69). Temos então o número 33669 que é o terceiro dividendo.

Multiplicar os três algarismos da raiz, 561, que escrevemos em c) por 20: (561 x 20 = = 11220). O número 11220 é chamado terceiro divisor de prova.

Dividir o terceiro dividendo, 33669, pelo terceiro divisor de prova, 11220: (33669 ÷ ÷ 11220 = 3). O quociente 3 será, provavelmente, o quarto algarismo da raiz.

Escrever 3 na raiz.

Escrever 3 à esquerda, somando-o com o terceiro divisor de prova, 11220: (11220 ÷ 3 = = 11223). O número 11223 é o terceiro divisor completo.

Multiplicar o terceiro divisor completo (11223) por 3: (11223 x 3 = 33669). Em seguida, subtrair 33669 do terceiro dividendo, 33669: (33669 – 33669 = zero).

O resto da subtração é zero, por isso 31 505 769 é um quadrado perfeito: 5613^2 = = 5613 x 5613 = 31 505 769.

a)	5	$\sqrt{31'50'57'69}$	5613
	20	$5^2 = 25$	
Primeiro divisor de prova	100	650	primeiro dividendo
	6	636	
Primeiro divisor completo	106	1457	segundo dividendo
b)	56	1121	
	20	33669	terceiro dividendo
Segundo divisor de prova	1120	33669	
	1	00000	
Segundo divisor completo	1121		
c)	561		
	20		
Terceiro divisor de prova	11220		
	3		
Terceiro divisor completo	11223		

Resposta: $\sqrt{31\ 505\ 769} = 5613$

Observações:

Ao extrairmos a raiz do nosso exemplo, logo no início quando procurávamos o 2º algarismo da raiz, experimentamos o número 6 e dissemos que 6 era provavelmente o verdadeiro, porque não tínhamos certeza ainda se 6 era o ideal. Somente ao efetuarmos a multiplicação pelo divisor completo correspondente é que verificamos

que de fato o seu produto podia ser subtraído do dividendo (650 – 636).

Portanto, somente temos certeza que um algarismo da raiz é o verdadeiro após a multiplicação pelo divisor completo correspondente, e que o produto pode ser subtraído do dividendo.

Se o primeiro dividendo fosse menor que 636, então teríamos que substituir 6 por 5, e experimentar o 5 como o segundo algarismo da raiz, conforme você poderá verificar no nosso próximo exemplo.

Vejamos agora a extração da raiz quadrada de 31 203 396.

1a.) Etapa

Separar o número em grupos de dois algarismos, a partir da direita para a esquerda:

31'20'33'96

Como o número de grupos é 4, o número de algarismos da raiz também será o mesmo.

2a.) Etapa

Procurar o maior número de um algarismo, cujo quadrado esteja contido em 31. Esse número é 5.

Escrever 5 à direita, como o primeiro algarismo da raiz.

Escrever 5 à esquerda, como se vê em a).

Elevar ao quadrado: $5^2 = 25$. Escrever 25 abaixo do primeiro grupo (31).

Em seguida, subtrair 25 de 31, que dá como resto 6.

a)

5	$\sqrt{31'20'33'96}$	5
	$5^2 = 25$	
	6	

3a.) Etapa

À direita do resto 6 escrever o segundo grupo, 20. Temos então o número 620 que é o primeiro dividendo.

Multiplicar o primeiro algarismo da raiz, 5, que escrevemos em a) por 20: (5 x 20 = = 100). O número 100 é o primeiro divisor de prova.

Dividir o primeiro dividendo, 620, pelo primeiro divisor de prova, 100: (620 ÷ 100 = = 6). O quociente 6 será, provavelmente, o segundo algarismo da raiz.

Escrever 6 à esquerda, somando-o com 100: (100 + 6 = 106).

Multiplicar 106 por 6: (106 x 6 = 636). Mas 636 não pode ser subtraído de 620, então ***6 não pode ser o segundo algarismo da raiz,*** e então vamos substituí-lo por 5.

Portanto, escrever 5 na raiz.

Escrever 5 à esquerda, somando-o com 100: (100 + 5 = 105). O número 105 é o primeiro divisor completo.

Multiplicar o primeiro divisor completo, 105, por 5: (105 x 5 = 525).

Em seguida, subtrair 525 do primeiro dividendo, 620: (620 – 525 = 95).

a)

	5	$\sqrt{31'20'33'96}$	55
	20	$5^2 = 25$	
Primeiro divisor de prova	100	620	primeiro dividendo
	5	525	
Primeiro divisor completo	105	95	

4a.) Etapa

À direita do resto 95 escrever o terceiro grupo (33). Temos então o número 9533 que é o segundo dividendo.

Multiplicar os dois algarismos da raiz, 55, que escrevemos em b) por 20: (55 x 20 = = 1100). O número 1100 é o segundo divisor de prova.

Dividir o segundo dividendo, 9533, pelo segundo divisor de prova, 1100: (9533 ÷ 1100 = 8). O quociente 8, será provavelmente o terceiro algarismo da raiz.

Escrever 8 na raiz.

Escrever 8 à esquerda, somando-o com 1100: (1100 + 8 = 1108).

O número 1108 é o segundo divisor completo.

Multiplicar o segundo divisor completo, 1108 por 8: (1108 x 8 = 8864).

Em seguida, subtrair 8864 do segundo dividendo, 9533: (9533 — 8864 = 669).

a)	5	$\sqrt{31'20'33'96}$	558
	20	$5^2 = 25$	
Primeiro divisor de prova	100	620	primeiro dividendo
	5	525	
Primeiro divisor completo	105	9533	segundo dividendo
b)	55	8864	
	20	669	
Segundo divisor de prova	1100		
	8		
Segundo divisor completo	1108		

5a.) Etapa:

À direita do resto 669, escrever o quarto grupo (96). Temos então o número 66996 que é o terceiro dividendo.

Multiplicar os três algarismos da raiz, 558, que escrevemos em c) por 20: (558 x 20 = = 11160). O número 11160 é o terceiro divisor de prova.

Dividir o terceiro dividendo 66996, pelo terceiro divisor de prova, 11160: (66996 ÷ ÷ 11160 = 6). O quociente 6 será provavelmente, o quarto algarismo da raiz.

Escrever 6 na raiz.

Escrever 6 à esquerda, somando-o com o terceiro divisor de prova, 11160: (11160 + 6 = = 11166). O número 11166 é o terceiro divisor completo.

Multiplicar o terceiro divisor completo, 11166 por 6: (11166 x 6 = 66996). Em seguida, subtrair 66996 do terceiro dividendo, 66996: (66996 — 66996 = zero).

O resto da subtração é zero, por isso 31 203 396 é um quadrado perfeito: 5586^2 = = 5586 x 5586 = 31 203 396

a)	5	$\sqrt{31'20'33'96}$	5586 (raiz)
	20	$5^2 = 25$	
Primeiro divisor de prova	100	620	primeiro dividendo
	5	525	
Primeiro divisor completo	105	9533	segundo dividendo
b)	55	8864	
	20	66996	terceiro dividendo
Segundo divisor de prova	1100	66996	
	8	00000	
Segundo divisor completo	1108		
c)	558		
	20		
Terceiro divisor de prova	11160		
	6		
Terceiro divisor completo	11166		

Resposta: $\sqrt{31\ 203\ 396} = 5\ 586$.

Vamos ver agora um caso em que o divisor de prova é maior que o dividendo. Neste caso, fazemos o mesmo como na divisão, isto é, escrevemos um zero como algarismo para a raiz e juntamos outro ao divisor de prova. Em seguida, escrevemos o grupo seguinte à direita do último resto para formar um novo dividendo, maior que o novo divisor de prova.

Vamos então ao nosso exemplo!

Achar a raiz quadrada de 255 025.

1a.) Etapa

Separar o número em grupos de dois algarismos, a partir da direita para a esquerda:

25'50'25

Como o número de grupos é três, o número de algarismos da raiz também será o mesmo.

2a.) Etapa

Achar a raiz do primeiro grupo que é 5.

Escrever 5 à direita, como o primeiro algarismo da raiz.

Escrever 5 à esquerda, como se vê em a).

Elevar 5 ao quadrado: $5^2 = 25$. Subtrair de 25, que dá como resto zero.

a) 5 $\sqrt{25'50'25}$ 5

$5^2 = 25$

00

3a.) Etapa

Escrever o segundo grupo, ao lado do resto zero.

Multiplicar o primeiro algarismo da raiz, 5, que escrevemos em a) por 20: (5 x 20 = = 100). O número 100 é o primeiro divisor de prova.

Como esse divisor de prova, não está contido nenhuma vez no primeiro dividendo, 50, juntamos um zero à raiz e outro ao divisor. Temos então 50 na raiz e o novo ou segundo divisor de prova igual a 1000.

a) 5 $\sqrt{25'50'25}$ 50

20 $5^2 = 25$

primeiro divisor de prova 100 0050

segundo divisor de prova 1000

4a.) Etapa

À direita de 50, escrevemos o terceiro grupo, 25. Temos então o número 5025 que é o segundo dividendo.

Dividir o segundo dividendo, 5025 pelo segundo divisor, 1000: (5025 ÷ 1000 = 5). O quociente 5 será o último algarismo da raiz.

Escrever 5 na raiz.

Escrever 5 à esquerda, somando-o com 1000: (1000 + 5 = 1005).

O número 1005 é o segundo divisor completo.

Multiplicar o primeiro divisor completo 1005, por 5: (1005 x 5 = 5025). Em seguida, subtrair 5025 do segundo dividendo, 5025: (5025 — 5025 = zero).

O resto da subtração é zero, por isso 255 025 é um quadrado perfeito: $505^2 = 505$ x x 505 = 255 025.

a) 5 $\sqrt{25'50'25}$ 505 (raiz)

20 $5^2 = 25$

Primeiro divisor de prova 100 005025 segundo dividendo

Segundo divisor de prova 1000 5025

5 0000

Segundo divisor completo 1005

Resposta: $\sqrt{255\,025} = 505$.

Observação:

Na prática, em vez de escrever um segundo divisor de prova, à parte, juntamos diretamente um zero ao primeiro divisor de prova. Portanto, no nosso exemplo bastaria juntar um zero ao primeiro divisor de prova (100), e teríamos 1000 como o segundo divisor de prova.

21. Raiz Quadrada dos Números Decimais

Como o quadrado de um número decimal tem o dobro das casas decimais do número dado, deduzimos inversamente que a raiz quadrada de um número decimal terá a metade das casas decimais que tiver o número dado.

Por exemplo, a raiz quadrada de 12,723489 = 3,567.

Se o número dado tiver um número ímpar de casas decimais, acrescentamos um zero para que fique com um número par de casas decimais.

Para extrair a raiz quadrada de um número decimal que não tem parte inteira, dividimos em grupos de dois algarismos a ***partir da vírgula*** e caminhando para a direita. Se o último grupo ficar apenas com um algarismo completamos o grupo juntando um zero.

Por exemplo, o número decimal 0,62371 ficará dividido da seguinte forma:

0,62'37'10

Lembre-se que acrescentando-se zeros à direita de um número decimal o seu valor não se alterará, conforme você viu no livro de Números Decimais.

Para extrair a raiz quadrada de um número decimal que tenha a parte inteira, dividimos em grupos de dois algarismos a partir da vírgula, em ambos os sentidos. Para a esquerda na parte inteira e para a direita na parte decimal, de modo que a vírgula sirva de separação de dois grupos.

Por exemplo, o número decimal 142,716 ficará dividido da seguinte forma:

1'42,71'60

A operação de extração da raiz de números decimais é igual a dos números inteiros, bastando apenas colocar a vírgula na raiz, assim que abaixarmos o grupo de decimais que contém a vírgula. Ou ainda, podemos colocar a vírgula na raiz no final da extração, de modo que ela separe um número de casas decimais igual à metade do número de casas que tiver o número dado.

Damos, a seguir, alguns exemplos de extração da raiz de números decimais.

Exemplo 1

Extrair a raiz quadrada de 606,6369.

Solução

	2	$\sqrt{6'06,63'69}$ = 24,63	(raiz)
	20	$2^2 = 4$	
Primeiro divisor de prova	40	206	primeiro dividendo
	4	176	
Primeiro divisor completo	44	3063	segundo dividendo
	24	2916	
	20	14769	terceiro dividendo
Segundo divisor de prova	480	14769	
	6	00000	
Segundo divisor completo	486		
	246		
	20		
Terceiro divisor de prova	4920		
	3		
Terceiro divisor completo	4923		

O número 606,6369 possui 4 casas decimais. Portanto, a vírgula na raiz deve separar a metade destas casas decimais, ou seja, 4 ÷ 2 = 2 casas decimais.

Veja: 606,6369

4 casas decimais

raiz 24,63

2 casas decimais

Resposta: A raiz quadrada de 606,6369 é 24,63.

Exemplo 2

Extrair a raiz quadrada de 0,000576.

Solução

	2	$\sqrt{0,00'05'76}$ = 0,024	
	20	$2^2 = 4$	
divisor de prova	40	176	
	4	176	
divisor completo	44	000	

Ao dividirmos o número 0,000576 em grupos, 0,00'05'76, verificamos que o primeiro grupo é composto de zeros. Então, o primeiro algarismo da raiz terá que ser também um zero.

Prosseguimos como se o primeiro algarismo do nosso exemplo fosse o 5 e continuamos calculando a raiz da forma já explicada.

Para a colocação da vírgula, veja que o número dado, 0,000576 possui 6 casas decimais. Portanto, na raiz a vírgula deve separar a metade destas casas decimais. (6 ÷ 2 = 3 casas decimais).

Observe: $0,\underbrace{000576}$

6 casas decimais

raiz $0,\underbrace{024}$

3 casas decimais

22. Raiz Quadrada com Aproximação Decimal

Quando a raiz quadrada não é exata, colocamos uma vírgula após o último algarismo da raiz, e no radicando à direita, colocamos uma vírgula e um grupo de dois zeros. Em seguida, continuamos o processo da extração da raiz como se fosse um número inteiro.

Para a aproximação de uma casa decimal, colocamos um grupo de dois zeros. Para a aproximação de duas casas colocamos dois grupos de dois zeros. Portanto, ***para cada aproximação decimal devemos colocar, no radicando, um grupo de dois zeros.***
Vejamos agora alguns exemplos com aproximação de cinco casas decimais.

Exemplo 1
Calcular a raiz quadrada de 3, com cinco casas decimais, ou seja, com erro menor que 0,00001.

Solução

	1	$\sqrt{3,00'00'00'00'00}$	1,73205 (raiz)
	20	$1^2 = 1$	
	20	200	primeiro dividendo
	7	189	
primeiro divisor	27	1100	segundo dividendo
	17	1029	
	20	7100	terceiro dividendo
	340	6924	
	3	1760000	quinto dividendo
segundo divisor	343	1732025	
	173	27975	
	20		
	3460		
	2		
terceiro divisor	3462		
	1732		
	20		
	346400		
	5		
quinto divisor	346405		

Neste exemplo são necessárias cinco casas decimais e, por isto, aumentamos cinco grupos de zeros à direita da vírgula (3,00'00'00'00'00). O método para a extração é o

mesmo que empregamos até agora. Observe apenas que o quarto divisor e o quarto dividendo foram omitidos. Depois de ter juntando o quarto grupo ao resto, 176, formando o quarto dividendo, 17600, podemos verificar que 17600 não contém o divisor 34640. Portanto, escrevemos um zero como algarismo da raiz e juntamos outro zero ao divisor de prova, 346400. Em seguida, juntamos outro grupo de dois zeros ao quarto dividendo, 1760000, que passa a ser o quinto dividendo. Daí para a frente, continuamos a operação obtendo 5 como último algarismo deste exemplo.
Como já achamos as cinco casas decimais pedidas, podemos terminar a operação neste ponto.

Exemplo 2
Qual é a raiz quadrada de 0,3 com cinco casas decimais, ou seja, com erro menor que 0,00001?

Solução

5	$\sqrt{0,30'00'00'00'00}$	0,547722
20	25	
100	500	
4	416	
104	8400	
54	7609	
20	79100	
1080	76629	
7	247100	
1087	219084	
547	2801600	
20	2190884	
10940	610716	
7		
10947		
5477		
20		
109540		
2		
109542		
54772		
20		
1095440		

Neste exemplo, juntamos um zero a 0,3 ficando o primeiro grupo igual a 0,30, porque num número decimal todos os grupos devem ter dois algarismos.

23. Forma Simplificada da Extração da Raiz Quadrada

Quando você adquirir alguma prática na extração de raiz quadrada, poderá efetuar mentalmente parte dos cálculos. Veja por exemplo, a solução do exemplo anterior de forma mais simplificada.

	100	$\sqrt{\ 0,30'00'00'00'00}$	0,54772
divisor completo	104	25	
	1080	500	
divisor completo	1087	416	
	10940	8400	
divisor completo	10947	7609	
	109540	79100	
divisor completo	109542	76629	
		247100	
		219084	
		28016	

Começamos, como sempre, elevando ao quadrado o primeiro algarismo, 5, e este quadrado subtraímos de 30. Multiplicamos mentalmente o algarismo 5 da raiz por 20; e o produto, 100, escrevemos à esquerda.

O algarismo seguinte da raiz, 4, juntamos mentalmente a 100, e a soma 104 multiplicamos por 4; o produto 416 subtraímos de 500, e obtivemos como resto 84.

Abaixamos o grupo seguinte e multiplicamos o número formado pelos 2 algarismos da raiz (54), por 20, que dá 1080. Juntamos mentalmente o quociente 7 a 1080 e a soma 1087 multiplicamos por 7. Subtraímos o produto 7609 de 8400. O cálculo continua desta forma até que encontremos a raiz com o número de algarismos desejados.

Quando você adquirir prática suficiente poderá deixar de escrever os produtos, tais como 100, 1080, etc, que empregamos para obter os divisores de prova e escrever apenas os divisores como 104, 1087, etc.

24. Regra Para Extrair a Raiz Quadrada

Podemos resumir as operações utilizadas para a extração da raiz quadrada, nesta seguinte regra:

1º) Dividir o número dado em grupos de dois algarismos, a partir da direita. Se o número dado for decimal, dividir a partir da vírgula em grupos de 2 algarismos em ambas as direções.

2º) Procurar o maior número, cujo quadrado esteja contido no primeiro grupo da esquerda, e escrever esse número como o primeiro algarismos da raiz. Elevar este algarismo ao quadrado e subtrair do primeiro grupo. À direita do resto, escrever o grupo seguinte que formará o primeiro dividendo.

3º) Colocar o primeiro algarismo da raiz à esquerda do número dado. Multiplicar este algarismo por 20 e empregar o produto como primeiro divisor de prova.

4º) Dividir o dividendo pelo divisor para achar o segundo algarismo da raiz. Juntar este algarismo da raiz ao divisor de prova para formar o divisor completo. Multiplicar este pelo segundo algarismo da raiz e o produto subtrair do dividendo. (Se este produto for maior que o dividendo, experimentar o número imediatamente inferior para o segundo algarismo da raiz).

5º) Abaixar o terceiro grupo para a direita do último resto. Colocar os dois primeiros algarismos da raiz à esquerda do número dado. Multiplicar o número por eles formado por 20. O produto obtido é o segundo divisor de prova.

Continuar desta forma até o último grupo.

Se quisermos continuar a obter mais algarismos na raiz, bastará juntar aos restos sucessivos, grupos de dois zeros, e prosseguir a operação.

Se algum divisor de prova for maior que o dividendo correspondente, escrever um zero

como algarismo da raiz, juntar outro zero ao divisor de prova e abaixar o grupo seguinte.

Se a raiz for uma fração decimal indefinida, e se desejamos terminar a operação num certo ponto, como por exemplo, na quarta casa decimal, continuar a operação até obter um algarismo a mais, e verificar se a quinta casa decimal é 5 ou maior que 5, aí então, aumentar uma unidade à quarta casa decimal.

EXERCÍCIOS

Achar a raiz quadrada de:

a) 186 624
b) 2 050 624
c) 29 855 296
d) 0,0116964, com cinco casas decimais
e) 198,1369, com quatro casas decimais
f) 994 009
g) 2,375, com quatro casas decimais
h) 0,571428, com cinco casas decimais

Resp.:
a) 432
b) 1 432
c) 5 464
d) 0,10815
e) 14,0761
f) 997
g) 1,5411
h) 0,75593

25. Prova da Extração da Raiz Quadrada

Para comprovar que a extração da raiz quadrada está certa, basta elevar ao quadrado a raiz encontrada e somar com o resto. O resultado deve ser igual ao radicando.

Exemplo:

Extraia a raiz quadrada de 629 e faça a prova.

Solução

$$\begin{array}{r|l} 2 & \sqrt{6.29} \quad 25 \\ 20 & 2^2 = 4 \\ \hline 40 & 229 \\ 5 & 225 \\ \hline 45 & 4 \end{array}$$

Neste exemplo, a raiz é 25 e o resto é 4. Então, podemos verificar se o resultado está correto da seguinte forma: $25^2 + 4 = 625 + 4 = 629$.

26. Raiz Quadrada das Frações

Na extração da raiz quadrada das frações podemos verificar dois casos:

1°) A fração é formada por quadrados perfeitos

O numerador e o denominador da fração são quadrados perfeitos. Então, extraímos a raiz de cada um dos termos escrevendo a raiz quadrada do numerador, como numerador da raiz, e a raiz quadrada do denominador, como denominador da raiz.

Exemplo

Qual é a raiz quadrada de $\frac{9}{64}$?

Solução

$$\sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{64}} = \frac{3}{8}$$

Extraímos separadamente as raízes do numerador e do denominador, obtendo-se 3 e 8, respectivamente, para numerador e denominador da raiz.

2º) A fração não é formada por quadrados perfeitos

Neste caso, podemos seguir como no primeiro caso, ou então, reduzir a fração a um número decimal e em seguida, extrair a raiz quadrada do número obtido.

O método mais exato e prático, quando a fração não é formada por quadrados perfeitos, é reduzir a fração a um número decimal e depois extrair a raiz quadrada do número decimal.

Exemplo

Extrair a raiz quadrada de $\frac{5}{8}$

Solução

Reduzindo a fração a um número decimal, teremos: $\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0{,}625$

Então, a raiz quadrada de $\frac{5}{8}$ será igual a raiz quadrada de 0,625.

Extraindo a raiz quadrada de 0,625 com cinco casas decimais, teremos como resultado: 0,79057.

Portanto, $\sqrt{0{,}625} = 0{,}79057$

EXERCÍCIOS

Extrair a raiz quadrada de:

a) $\frac{25}{256}$

b) $\frac{9}{16}$

c) $\frac{3}{4}$ com cinco casas decimais

d) $\frac{5}{12}$ com quatro casas decimais

Resp.:

a) $\frac{5}{16}$

b) $\frac{3}{4}$

c) 0,86603

d) 0,6455

Uso de Potências de 10

27. Potências Positivas de 10

O uso de expoentes positivos e negativos para indicar potências de 10 simplifica os cálculos que envolvem números muito grandes ou números muito pequenos.

Facilmente, podemos ver que qualquer potência de 10 é igual ao algarismo ***1*** seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

Veja:

$10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 100$
$10^3 = 1\,000$, etc.

Portanto, quando queremos indicar um número com muitos zeros à direita, bastará representá-lo por meio da potência de 10, escrevendo a multiplicação entre os algarismos que precedem este número e o número 10 com um expoente igual ao número de zeros omitidos.

Daremos como exemplo o número ***3 200 000.***
Este número é igual a 32 x 100 000 pois, 32 x 100 000 = 3 200 000.
Usando a potência de 10, podemos escrever da seguinte forma:

32×10^5, pois $10^5 = 100\,000$.

O expoente de 10 é igual ao número de zeros omitidos, somente quando o coeficiente da potência de 10 é um número inteiro.
Em alguns casos, é conveniente escrever cada coeficiente de uma potência de 10 como um número inteiro ou um número decimal entre 1 e 10.
Veja:

$314 \times 10^4 = 3\,140\,000$
$3{,}14 \times 10^6 = 3\,140\,000$
$3{,}14 \times 1\,000\,000 = 3\,140\,000$

Quando o coeficiente da potência de 10 contém uma parte decimal, devemos ter o maior cuidado na escolha do expoente apropriado de 10.

Em geral, o expoente de 10 é igual ao número de cifras que a vírgula tem que ser deslocada para a esquerda, para converter o número dado no coefiente usado para indicar a potência de 10.

Assim, podemos escrever 3 140 000 como 314×10^4, porque a vírgula decimal se desloca quatro cifras para a esquerda a fim de se obter 314 de 3 140 000.
Podemos escrever, também, 3 140 000 como $3{,}14 \times 10^6$, porque a vírgula decimal tem que ser deslocada seis cifras quando se converte 3 140 000 em 3,14.

28. Potências Negativas de 10

Os engenheiros freqüentemente têm que lidar com quantidades muito pequenas, que contém muitos zeros escritos em sua forma fracionária ou decimal.
Por exemplo, a fração $\frac{1}{1\,000\,000}$ contém seis zeros e o decimal equivalente 0,000001 contém cinco zeros.

A forma mais conveniente de se escrever estes valores é usar as potências negativas.
Veja: $0,1 = \frac{1}{10^1} = 10^{-1}$ que é $= 1 \times 10^{-1}$

$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$

$0,001 = \frac{1}{1\,000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$, etc.

Do mesmo modo, $0,004 = \frac{4}{1\,000} = 4 \times 10^{-3}$

$0,00042 = \frac{42}{100\,000} = 42 \times 10^{-5}$

O valor numérico do expoente negativo é igual ao número de cifras que a vírgula decimal foi deslocada para a direita, para transformar o número dado no coeficiente da potência de 10.

Este mesmo princípio pode ser aplicado, quando se quer escrever o número decimal como potência negativa de 10, com um coeficiente que seja um número inteiro ou um número decimal entre 1 e 10.
Assim, podemos escrever 0,00042 como $4,2 \times 10^{-4}$, porque a vírgula decimal se desloca quatro cifras para a direita quando se aumenta 0,00042 para 4,2.

29. Aplicação de Potências de 10 nos Cálculos

As regras que você viu para potências de mesma base, também podem ser aplicadas para as potências de 10. Lembre-se que para se multiplicar potências de mesma base, conservamos a base e somamos os expoentes. E para dividir, também conservamos a base mas subtraímos os expoentes.

Exemplo 1

$(2 \times 10^4) \times (3 \times 10^3) =$
$= 2 \times 3 \times 10^4 \times 10^3 =$
$= 6 \times 10^7$

Exemplo 2

$\frac{8 \times 10^6}{4 \times 10^4} = 2 \times 10^{6-4} = 2 \times 10^2$

Os exemplos que damos a seguir são típicos de problemas práticos em engenharia de rádio e elétrica. Cálculos idênticos aparecem algumas vezes na aplicação de fórmulas padrão em outros ramos de engenharia.
Veja, agora, um exemplo de fórmula mas sem preocupar-se com o significado dos símbolos.

Exemplo 3

Achar o valor de X_c na fórmula: $X_c = \frac{1}{6,28 \times 60 \times 0,000002}$

Solução

Vamos achar, em primeiro lugar, o valor do denominador da seguinte forma:

$6{,}28 \times 60 \times 0{,}000002 =$

$= 6{,}28 \times 6 \times 10 \times 2 \times 10^{-6} =$

$= 75{,}36 \times 10^{-5}$

Escrevemos 60 como 6×10 e 0,000002 como 2×10^{-6}.

Depois, multiplicamos as potências de 10 e os outros números separadamente, conforme a indicação a seguir: $6{,}28 \times 6 \times 2 = 75{,}36$

$$10 \times 10^{-6} = 10^{1-6} = 10^{-5}$$

Nos trabalhos práticos consideramos o resultado 75,36 como 75,4, isto é, arredondamos o resultado para apenas três algarismos significativos.

Portanto, a fração dada seria escrita como:

$$\frac{1}{75{,}4 \times 10^{-5}} = \frac{10^5}{75{,}4} = \frac{100\,000}{75{,}4} = 1\,326.$$

30. Aplicações do Quadrado e da Raiz Quadrada

Toda a teoria que vimos relativa ao quadrado e à raiz quadrada tem na prática numerosas aplicações.

Você se lembra da ***proporção contínua,*** que vimos em razões e proporções?

Pois bem! Vamos então achar a ***média proporcional*** entre 5 e 45, aplicando a seguinte regra:

A ***média proporcional*** entre dois números é igual a raiz quadrada do seu produto.

Armando a proporção, temos: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

Aplicando a propriedade fundamental, vem: $b \times b = ac$

$$b^2 = ac$$

Extraindo a raiz quadrada dos dois termos, teremos:

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{ac}$$

$$b = \sqrt{ac}$$

Considerando o nosso exemplo, a solução é dada da seguinte forma:

$$x = \sqrt{5 \times 45} = \sqrt{225} = 15$$

Portanto, a média proporcional entre 5 e 45 é 15.

Vamos ver mais estes exemplos, com aplicações do quadrado e da raiz quadrada, que se relacionam com as proporções.

Exemplo 1

A média proporcional entre dois números é 18, e um dos números é 36. Achar a terceira proporcional (consideremos a incógnita como y).

Solução 1

$$\begin{aligned} 18 \times 18 &= 36 \times y \\ (18)^2 &= 36 \times y \\ y &= \frac{(18)^2}{36} \\ y &= \frac{324}{36} \\ y &= 9 \end{aligned}$$

Portanto, 9 é a terceira proporcional procurada.

Solução 2

$$\begin{aligned} \frac{36}{18} &= \frac{18}{y} \\ y &= \frac{18 \times 18}{36} \\ y &= 9 \end{aligned}$$

Exemplo 2

Achar a terceira proporcional entre os números 6 e 18, sendo 18 a média.

Solução

$$\begin{aligned} 18 \times 18 &= 6 \times y \\ (18)^2 &= 6 \times y \\ y &= \frac{(18)^2}{6} \\ y &= 54 \end{aligned}$$

Resposta: A terceira proporcional entre 6 e 18 é 54.

Para que possamos apresentar mais algumas destas aplicações do quadrado e da raiz quadrada, vamos dar aqui algumas definições geométricas.

Superfície plana ou plano é aquela em que apoiamos uma régua e esta fica apoiada em todo o seu comprimento.

Como exemplos de superfícies planas temos o piso de uma casa, o tampo de uma mesa e o revestimento de uma parede.

Figura plana é toda porção de plano limitada por linhas retas ou curvas. Se for por retas, a figura chama-se ***polígono.***

A ***área*** de uma figura plana é o número de unidades quadradas contidas na sua superfície.

Retângulo e quadrado

Retângulo é a figura formada por quatro retas que se cortam duas a duas formando quatro ângulos retos. Estas retas são os ***lados*** do retângulo, e os pontos em que os lados se cortam são os ***vértices.*** Veja a figura 1.

Diagonal é toda reta que une dois vértices não consecutivos. No retângulo, os lados opostos são iguais. Quando um retângulo tem os quatro lados iguais, chama-se ***quadrado.*** Veja a figura 2.

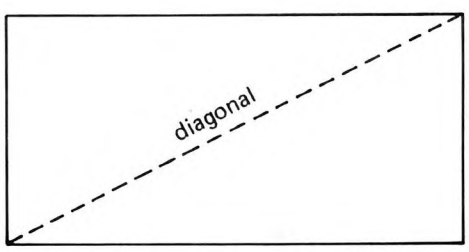


Fig. 1

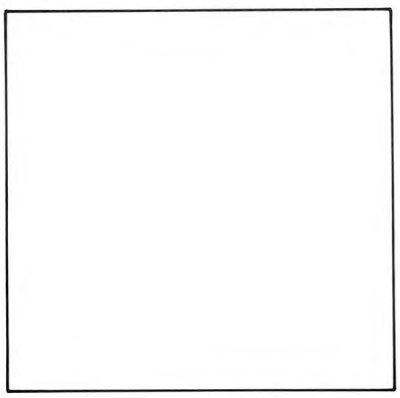


Fig. 2

Triângulo

Triângulo é uma figura plana limitada por três linhas retas, que se chamam ***lados*** do triângulo. Veja figura 3.

Triângulo retângulo é o triângulo que tem um ângulo reto. Veja figura 4. O lado maior que é oposto ao ângulo reto chama-se ***hipotenusa*** e os outros dois, ***catetos.*** No triângulo retângulo representado na figura 4, o ângulo reto é ***C*** e AB é a ***hipotenusa.***

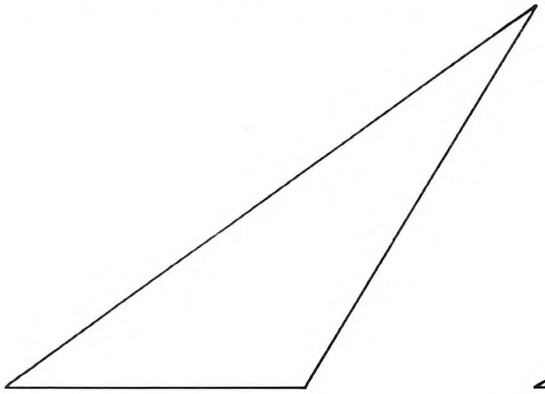


Fig. 3

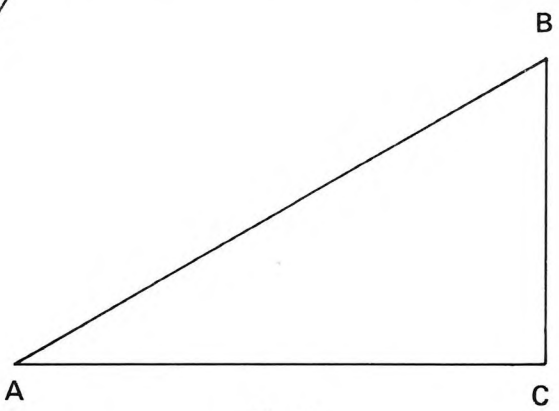


Fig. 4

Chama-se ***base*** de um triângulo, qualquer um de seus lados. ***Altura*** é a perpendicular baixada à base desde o vértice oposto. Geralmente tomamos para base do triângulo o lado sobre o qual o triângulo parece apoiar-se.

Na figura 4, a base é AC e a altura é evidentemente BC, ou seja, o próprio cateto, visto que é a perpendicular baixada de B sobre AC.

Se tomarmos um dos dois catetos para base do triângulo retângulo, logicamente o outro cateto será a altura.

Decomposição das superfícies em triângulos

Tanto no quadrado como no retângulo, se traçarmos uma das suas diagonais, a figura se decompõe em dois triângulos retângulos. Esta decomposição do retângulo facilita muitas vezes o trabalho de se achar a área do retângulo, pois bastará duplicar a área de um destes triângulos.

Para se achar a área do retângulo, bastará multiplicar as dimensões dos dois lados adjacentes. E para se achar a área do quadrado, bastará elevar à segunda potência o comprimento de qualquer um dos seus lados. Se os lados são expressos, por exemplo em centímetros, a área será expressa em centímetros quadrados.

Círculo

Chama-se ***círculo,*** a figura plana limitada por uma linha curva conhecida pelo nome de ***circunferência.*** Veja figura 5.

Diâmetro é todo o segmento de reta que passa pelo centro e tem os seus extremos na circunferência, como por exemplo AB.

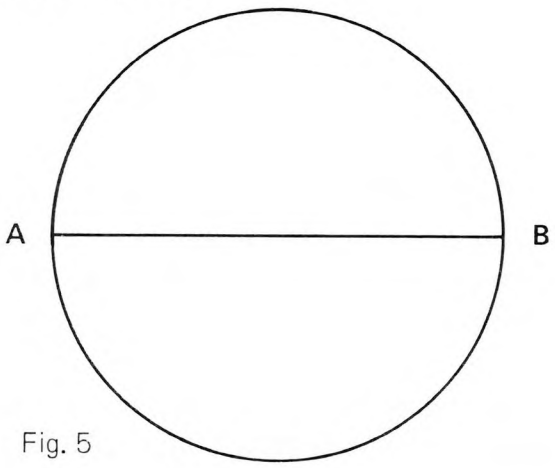


Fig. 5

Cálculos Relativos à Superficies Planas

31. Achar o lado de um quadrado

A área de um quadrado é igual ao quadrado (segunda potência), da medida de qualquer um dos seus lados. Daqui, deduzimos que conhecendo-se a área do quadrado poderemos achar o comprimento do seu lado, invertendo este procedimento, ou seja, extraindo a raiz quadrada do número que exprime a área do quadrado. Temos então, a seguinte regra:

> Para achar o comprimento do lado de um quadrado de que se conhece a área, extrai-se a raiz quadrada.

Exemplo 1
A área de um quadrado é 1 764 cm^2. Qual é o comprimento do seu lado?

Solução
Aplicando a regra, o lado será igual a $\sqrt{1\,764} = 42$ cm
Resposta: O comprimento do seu lado é 42 cm.

Exemplo 2
A área de um quadrado é de 729 cm^2. Qual é o comprimento de um dos lados do quadrado?

Solução
Aplicando a regra, temos $\sqrt{729} = 27$ cm
Resposta: O comprimento é 27 cm.

32. Propriedade do Triângulo Retângulo

> Se construirmos um quadrado em cada um dos três lados de um triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os dois catetos.

Veja figura 6, onde no triângulo ***ABC,*** o lado ***AC*** é a hipotenusa e os lados ***AB*** e ***BC*** são os catetos. Suponhamos, por exemplo, que os lados AB, BC e AC têm 3, 4 e 5 cm, de comprimento, respectivamente, porque com estes comprimentos relativos o triângulo que se forma é efetivamente retângulo. Se dividirmos o lado AB em três partes, cada uma com um centímetro de comprimento e sobre ele se construir o quadrado ABIK, este terá 9 quadrados iguais ou nove centímetros quadrados de área.
Do mesmo modo, o quadrado BCHF sobre o lado BC terá 16 cm^2 e o quadrado ACED

terá 25 cm². Observe que 9 + 16 = 25. Esta propriedade traduz o chamado ***teorema de Pitágoras.***

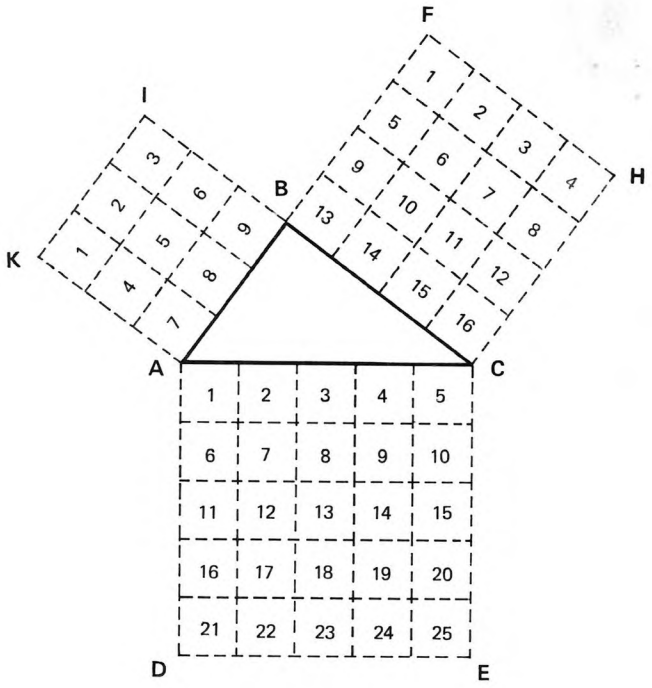


Fig. 6

33. Teorema de Pitágoras

O enunciado do Teorema de Pitágoras, que exprime a relação entre a hipotenusa de um triângulo retângulo e os respectivos catetos, é o seguinte:

> O quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados dos catetos.

O Teorema de Pitágoras também pode ser apresentado através da seguinte fórmula:

$$(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$$

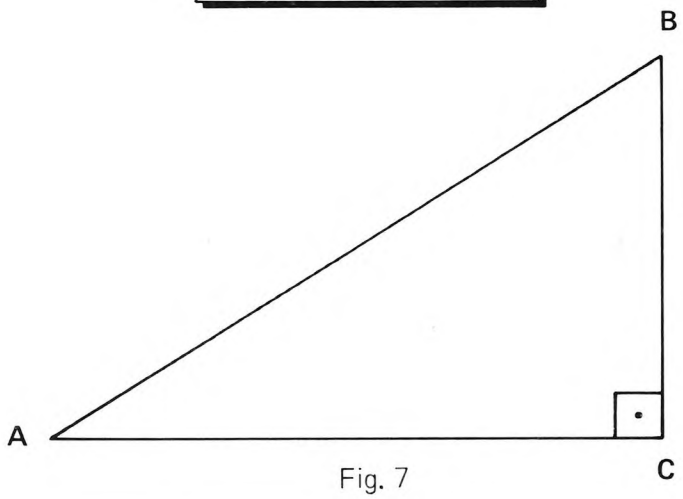


Fig. 7

Desse modo, se quisermos determinar o valor da hipotenusa, devemos proceder de acordo com a seguinte regra:

Regra I

Para achar o valor da hipotenusa de um triângulo retângulo, somam-se os quadrados dos catetos, e extrai-se a raiz quadrada da soma obtida.

Por outro lado, se quisermos determinar o valor de qualquer um dos dois catetos, devemos proceder de acordo com a seguinte regra:

Regra II

Para achar o valor de um dos catetos de um triângulo retângulo, determina-se o quadrado da hipotenusa e do outro cateto. Em seguida subtrai-se o quadrado da hipotenusa do quadrado do cateto. E finalmente, extrai-se a raiz quadrada da diferença obtida.

34. Cálculo dos Lados de um Triângulo Retângulo

Vamos ver agora alguns exemplos com as aplicações práticas das regras para se achar os catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo.

Exemplo 1

Os catetos AC e BC, da figura 7, têm 8 e 6 cm de comprimento, respectivamente. Qual é o comprimento da hipotenusa AB?

Solução

Segundo a regra I, temos:

$$\begin{aligned} AB^2 &= 8^2 + 6^2 \\ AB^2 &= 64 + 36 \\ \sqrt{AB^2} &= \sqrt{100} \\ AB &= 10 \end{aligned}$$

Resposta: O comprimento da hipotenusa AB é igual a 10 cm.

Exemplo 2

Supondo-se que a hipotenusa AB, da figura 7, tem 25 cm de comprimento, e que o cateto AC mede 20 cm, qual é o comprimento do cateto BC?

Solução

De acordo com a regra II, temos:

$$\begin{aligned} (BC)^2 &= (AB)^2 - (AC)^2 \\ (BC)^2 &= 25^2 - 20^2 \\ (BC)^2 &= 625 - 400 \\ \sqrt{(BC)^2} &= \sqrt{225} \\ (BC) &= 15 \end{aligned}$$

Resposta: O comprimento do cateto BC é igual a 15 cm.

Exemplo 3

A hipotenusa de um triângulo retângulo tem 12 cm de comprimento e um dos catetos mede 4 cm. Qual é o comprimento do outro cateto?

Solução

Pela regra II, temos: $x = \sqrt{12^2 - 4^2}$

$x = \sqrt{144 - 16}$

$x = \sqrt{128}$

$x = 11{,}31$ aproximadamente

Resposta: O comprimento do lado que se procura é 11,31 cm, aproximadamente.

Exemplo 4

O extremo inferior de uma escada apoiada contra uma parede dista desta 0,90 m, e o extremo superior acha-se a 3 m do solo. Qual é o comprimento da escada?

Solução

A escada neste caso pode ser considerada como a hipotenusa do triângulo retângulo, cujos catetos são 0,90 m e 3 m, respectivamente. E de acordo com a regra I, temos:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(0{,}90)^2 + 3^2}$$

$$x = \sqrt{0{,}81 + 9}$$

$$x = \sqrt{9{,}81}$$

$$x = 3{,}13$$

Resposta: O comprimento da escada é 3,13 m.

35. Determinação do Diâmetro de um Círculo

A relação que existe entre o comprimento ou perímetro de uma circunferência e o comprimento do seu diâmetro é igual à que existe entre 3,1416 e 1. Então, conhecendo-se o diâmetro de um círculo, podemos achar o perímetro da sua circunferência, multiplicando o diâmetro por 3,1416.

A área de um círculo é igual ao produto:

$$3{,}1416 \times \frac{(\text{diâmetro})^2}{2^2}$$

$$3{,}1416 \times \frac{(\text{diâmetro})^2}{4}$$

$$0{,}7854 \times (\text{diâmetro})^2$$

Disto concluímos que a área de um círculo é igual ao produto do quadrado do diâmetro por 0,7854.

Em termos de fórmula, tem-se:

$$A = 0{,}7854 \times d^2$$

A = área do círculo.

d = diâmetro do círculo.

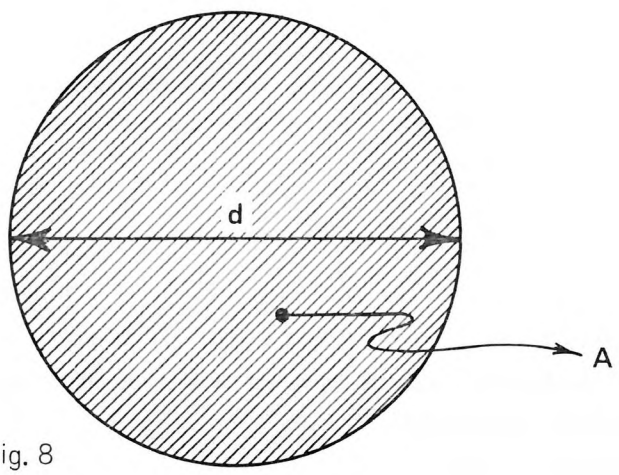


Fig. 8

Em vista disso, se quisermos determinar o valor do diâmetro de um círculo, devemos proceder de acordo com a seguinte regra:

Regra

Para achar o valor do diâmetro de um círculo, cuja área seja conhecida, basta dividir o valor da área por 0,7854, e em seguida extrair a raiz quadrada do quociente obtido.

Vejamos alguns exemplos.

Exemplo 1

Se a área de um círculo é 38,4846 cm^2 qual é o seu diâmetro?

Solução

De acordo com a regra, temos:

$$\text{diâmetro} = \sqrt{\frac{38,4846}{0,7854}}$$

$$\text{diâmetro} = \sqrt{49}$$

$$\text{diâmetro} = 7$$

Resposta: O diâmetro procurado é 7 cm.

Exemplo 2

Qual é o diâmetro de um círculo, cuja área é 1,7671 cm^2 ?

Solução

De acordo com a regra, temos:

$$\text{diâmetro} = \sqrt{\frac{1,7671}{0,7854}} = \sqrt{2,25} = 1,5$$

Resposta: O diâmetro do círculo é igual a 1,5 cm.

EXERCÍCIOS

1. Que comprimento deve ter uma escada para chegar ao alto de uma parede com 12 m de altura, se o extremo inferior se acha afastado da parede 3,50 m?

   Resposta: 12,50 m

2. Achar a área, em metros quadrados, de um círculo cujo raio é 1,125 m.

   Resposta: 3,976 m^2

3. Uma das paredes de uma casa retangular tem 7 m de comprimento. A diagonal traçada no chão dessa casa mede 9,22 m. Que comprimento tem a parede contígua à primeira?

   Resposta: 6 m

4. Uma corda com 16 m de comprimento está amarrada ao extremo superior de um poste telefônico e dista 4 m da base do mesmo. Qual é a altura do poste?

   Resposta: 15,50 m

5. Um retângulo tem 24 cm de comprimento e 18 cm de largura. Qual é o comprimento da sua diagonal ?

   Resposta: 30 cm

6. A abertura da válvula de segurança de uma caldeira à vapor tem a área de 12,566 cm^2. Qual é o diâmetro da abertura?

   Resposta: 4 cm

7. A base de um triângulo retângulo, como o da figura 4, é 20 cm e a altura 18 cm. Qual é o comprimento da hipotenusa?

Resposta: 26,9 cm

8. Uma chapa quadrada tem 5 cm de lado. Qual é o comprimento da diagonal que une dois vértices opostos?

Resposta: 7,07 cm

9. Um disco de ferro tem uma área de 100 cm^2. Qual será seu diâmetro?

Resposta: 11,28 cm.

36. Exatidão das Medições

Ao serem efetuadas medições, elas estão sempre sujeitas a erros ou inexatidões," POR MAIS CUIDADO QUE SE TOME". As causas destas diferenças ou erros podem ter inúmeras origens, mas pode-se classificá-las em 3 grandes grupos:

a) erros devido ao método;
b) erros devido ao instrumento;
c) erros devido ao operador.

Vamos ver em detalhes cada um destes grupos.

a) Erros devido ao método

Esses erros podem ocorrer pela escolha de um instrumento inadequado para efetuar a medição.

Vamos ver os seguintes exemplos, para que isto fique claro:

1°) usar uma régua como instrumento para se medir o comprimento de uma sala, quando, para este tipo de medição, deveria utilizar-se de uma trena;
2°) usar um metro de carpinteiro para medir o diâmetro de um furo numa peça usinada, e não um paquímetro que é o instrumento adequado para isto;
3°) usar um multímetro para medir a diferença de potencial entre os terminais de um par termoelétrico, quando o indicado é o milivoltímetro de precisão.

Você já deve ter percebido que estes são erros grosseiros e que devem ser evitados. Muitas vezes, basta o uso do bom senso. Em outras situações é necessário o conhecimento adquirido na prática ou em cursos especializados.

b) Erros devido ao instrumento

Estes são mais difíceis de perceber, pois o erro é provocado pelo mau funcionamento ou pela descalibração do instrumento.

Para evitar estes erros, observe o seguinte:

1) Para o uso rotineiro, faça uma verificação periódica de todos os instrumentos, comparando-os com padrões adequados;
2) Em casos de muita responsabilidade, convém fazer a verificação sempre antes do uso do instrumento.

c) Erros devido ao operador

Estes erros são provocados por negligência ou imperícia do operador. A ***negligência*** é o resultado da falta de cuidados, dando erros por leitura errada, erros de paralaxe (erros que acontecem quando se olha o ponteiro ou o fiel lateralmente, em vez de olhá-los bem de frente), erros de anotação, etc.

A ***imperícia*** ocorre por falta de treinamento adequado do operador, isto é, pelo fato do operador não saber como obter os resultados alcançáveis com determinado

instrumento.

Observação:

Não se pode pretender que o resultado obtido tenha um grau de exatidão maior do que o permitido pelo instrumento utilizado. Da mesma forma, a utilização de instrumentos muito sensíveis e precisos para medições de dados que requerem apenas aproximadamente certos, representam uma grande perda de tempo e de trabalho.

37. Algarismo Significativo

Toda vez que se vai efetuar uma medida, é necessário verificar se o instrumento que será utilizado para tal, permite uma precisão de acordo com a requerida. Esta necessidade surge, pois não se pode pretender que o resultado obtido tenha um grau de exatidão maior do que o permitido pelo instrumento utilizado na medição.

Existe uma diferença de significado entre um número puro e um número que representa o resultado de uma medição.

Vamos tomar alguns exemplos, para que a afirmação acima seja perfeitamente compreendida.

Considere os números: 12, 12,0 e 12,000.

Matematicamente estes números são iguais, pois os zeros finais, depois da vírgula, não têm significado em matemática. Os zeros são colocados somente para "preencher as casas".

Por outro lado, se estes números representarem resultados de medições, eles não apresentam o mesmo significado. Por exemplo 12,0 mm é diferente de 12,000 mm, e ambos são diferentes de 12 mm.

Qual será a razão disso acontecer?

Vamos então examinar cada um dos casos citados.

1.° caso:

Se for apresentado como resultado de uma medição o valor 12 mm, certamente é porque o instrumento utilizado apresentava uma escala cuja graduação é o milímetro. Uma régua, por exemplo. Se o resultado de uma medição der 12 mm, isto significa que o valor obtido pode estar na faixa de 11,5 a 12,4 mm. Isto acontece porque a menor divisão da escala do instrumento utilizado é um milímetro.

Para que você sinta, na prática, isto que acabamos de explicar, faça o seguinte exercício:

Faça um pequeno traço, em linha reta. Em seguida, procure determinar o comprimento desse traço, utilizando uma régua graduada em milímetros. O resultado será dado, naturalmente, em milímetros.

2.° caso:

Se for apresentado como resultado da medição o valor 12,0 mm, significa que o instrumento utilizado apresentava uma escala cuja graduação menor é o décimo de milímetro. Por exemplo, o paquímetro é um instrumento que garante uma precisão de décimo de milímetro.

Agora, atenção para o seguinte: se for dito que o resultado é 12,0 mm, o valor deve estar entre 11,95 e 12,04 mm.

3.º caso:

Se for apresentado como resultado da medição o valor 12,000 mm, significa que o instrumento utilizado era sofisticado, com dispositivos especiais que permitem distinguir graduações com milésimos de milímetro. Então, para se conseguir uma precisão deste tipo, é necessário utilizar um instrumento especial, bastante sofisticado. Quando o resultado apresentado for 12,000 mm, o valor correto pode estar entre 11,9995 e 12,0004 mm e não entre 11,5 e 12,4 ou entre 11,95 e 12,04 como nos casos anteriores.

Os algarismos que compõem o resultado das medições são chamados de ***algarismos significativos,*** isto é, algarismos que têm significado físico.

Por exemplo, nos três casos que acabamos de estudar, os números 12, 12,0 e 12,000 têm, respectivamente, 2, 3 e 5 algarismos significativos.
Os números 20,467, 28,321 e 45,673 têm todos cinco algarismos significativos.
Quando se efetua operações aritméticas com os resultados das medições, não é correto querer obter uma exatidão maior que a própria medição. Por essa razão, muitas vezes é necessário uma redução na quantidade de algarismos de um número.

O processo de redução do número de algarismos significativos é chamado de ***arredondamento.***

Para realizar o arredondamento, deve proceder-se da seguinte forma: se o algarismo da última casa eliminada (a casa que fica mais à direita) for menor que 5, elimina-se simplesmente o algarismo. Por outro lado, se o algarismo eliminado, for 5 ou maior que 5, então o último algarismo que sobrar deve ser aumentado de uma unidade.

Exemplos:

1.º) Se tomarmos o número 28,321, que contém cinco algarismos significativos, e quisermos reduzi-lo para apenas 3 algarismos significativos, devemos deixar apenas um algarismo após a vírgula. Dessa forma, a partir da segunda casa após a vírgula, todos os algarismos deverão ser eliminados.
Neste exemplo, verificamos que a segunda casa depois da vírgula é ocupada pelo algarismo 2. E como 2 é menor que 5, ele deve ser simplesmente eliminado, juntamente com o algarismo 1 da terceira casa depois da vírgula, de acordo com a regra de arredondamento. Dessa forma, o número dado escrito com apenas três algarismos significativos será: 28,3.

2.º) Se pegarmos agora o número 20,467 e quisermos escrevê-lo com apenas 3 algarismos significativos, deveremos eliminar o 4.º e o 5.º algarismos. A última casa a ser eliminada, é ocupada pelo algarismo 6. E como 6 é maior que 5, temos que, neste caso, aumentar de uma unidade o algarismo que ocupa a primeira casa depois da vírgula. Em vista disso, o número 20,467 escrito com apenas 3 algarismos significativos ficará 20,5.

Quanto maior a precisão do instrumento utilizado para a medição, tanto maior será a quantidade de algarismos significativos do número que representará a medida.

38. Número Necessário de Algarismos Significativos

Conforme você deve ter visto, o número necessário de algarismos significativos depende do grau de exatidão com que se faz uma medição.

Nos cálculos feitos com os valores obtidos em medições, deve-se manter o número de algarismos significativos. Pois é evidente a inutilidade de uma grande exatidão nos cálculos referentes a um problema prático, se o instrumento de medida usado for incapaz de proporcionar uma leitura com exatidão equivalente. Pode ser até que a situação não permita uma precisão muito grande.

Observe melhor o caso através destes 2 problemas práticos.

Problema 1

Determinar os componentes de um divisor de tensão para polarizar a base de um transistor XY – 1000 com 2 v a partir de uma fonte de 12 v, de modo que o transistor trabalhe com uma corrente de emissor de 10 mA.

Solução:

A primeira coisa que se faz, num problema deste tipo, é consultar o manual do fabricante para saber as características do transistor XY – 1000.

Vamos supor que se obtenha, então, um "beta" (*) entre 100 e 200. Observe que o fabricante dá uma faixa e não um valor específico. Então, vamos adotar um valor médio, de 150 (nada impede que você escolha 140, 160 ou qualquer outro valor entre 100 e 200).

Então, com "beta" de 150 teríamos uma corrente de base:

$$I_B = \frac{I_E}{\text{beta}} = \frac{10\text{mA}}{150} = 66{,}7\,\mu\text{A}$$

Adotando uma corrente 10 vezes maior para o divisor, tem-se:

$I_{R_2} = 667\,\mu\text{A}$

Então, aplicando a Lei de Ohm, tem-se:

$$R_2 = \frac{2\text{v}}{667\,\mu\text{A}} = 3{,}0\ \text{k}\Omega$$

Através de R_1 a corrente seria:

$I_{R_1} = I_{R_2} + I_B = 667 + 66{,}7 = 734\,\mu\text{A}$

(*) Beta é um ganho de transistores. Isso é explicado detalhadamente no curso de eletrônica.

Daí, temos que:

$$R_1 = \frac{(12 - 2)\,v}{734\,\mu A} = 13{,}6\ k\Omega.$$

Muito bem. Só que não existem à venda resistores com tais valores. Consultando a tabela do fabricante de resistores, vamos encontrar na série E—12, os valores de 3,3kΩ e 15kΩ

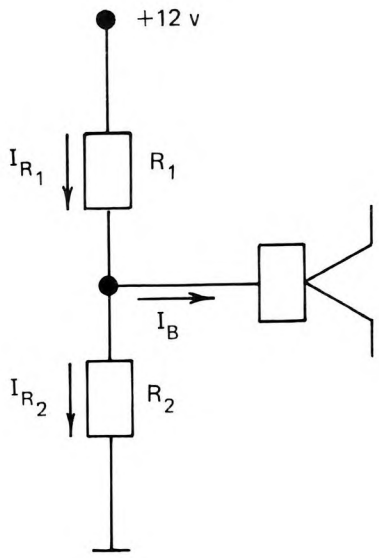


Fig. 9

Recalculando, tem-se:

$12\ v = R_1 I_{R_1} + R_2 I_{R_2}$

$I_{R_1} = I_{R_2} + I_B$

Substituindo os valores conhecidos, isto é, $R_1 = 15k$ e $R_2 = 3{,}3k$, tem-se:

$12 = 15 \times 10^3 I_{R_1} + 3{,}3 \times 10^3 I_{R_2}$ (1)

$I_{R_1} = I_{R_2} + 66{,}7 \times 10^{-6}$ (2)

Substituindo o valor de I_{R_1} da equação (2) na equação (1), tem-se:

$12 = 15 \times 10^3\ (I_{R_2} + 66{,}7 \times 10^{-6}) + 3{,}3 \times 10^3 I_{R_2}$

$12 = 15 \times 10^3\ I_{R_2} + 15 \times 10^3 \times 66{,}7 \times 10^{-6} + 3{,}3 \times 10^3 I_{R_2}$

$15 \times 10^3 I_{R_2} + 3{,}3 \times 10^3 I_{R_2} = 12 - 15 \times 10^3 \times 66{,}7 \times 10^{-6}$

$10^3 I_{R_2} \times (15 + 3{,}3) = 12 - 15 \times 66{,}7 \times 10^3 \times 10^{-6}$

$18{,}3 \times 10^3 I_{R_2} = 12 - 1\,000{,}3 \times 10^{-3}$

$I_{R_2} = \frac{12 - 1}{18{,}3 \times 10^3}$

$I_{R_2} = \frac{11}{18{,}3 \times 10^3}$

$I_{R_2} = 0{,}601 \times 10^{-3}$

$I_{R_2} = 601 \times 10^{-6}$

Então, a tensão da base será:

$V_B = R_2 I_{R_2} = 3{,}3 \times 10^3 \times 601 \times 10^{-6}$

$V_B = 1{,}98$ v, o que pode ser bem arredondado para 2 v.

Maravilha! Deu certo! Bem, vamos com calma.

Lembre-se que a gente escolheu para "beta" um valor de 150 quando o fabricante garante somente a faixa de 100 a 200. Então, o que acontecerá se o "beta" for de 100 ou de 200 em vez de 150?

Para isso vamos refazer os cálculos.

Com "beta" de 100, tem-se $I_B = \frac{10\,mA}{100} = 100\,\mu A$.

Substituindo este valor em (2):

$I_{R_1} = I_{R_2} + 100 \times 10^{-6}$

E daí na equação (1):

$12 = 15 \times 10^3 \ (I_{R_2} + 100 \times 10^{-6}) + 3{,}3 \times 10^3 \ I_{R_2}$

$12 = 15 \times 10^3 \ I_{R_2} + 15 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6} + 3{,}3 \times 10^3 \ I_{R_2}$

$15 \times 10^3 \ I_{R_2} + 3{,}3 \times 10^3 \ I_{R_2} = 12 - 15 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6}$

$18{,}3 \times 10^3 \ I_{R_2} = 12 - 1{,}5$

$I_{R_2} = \frac{10{,}5}{18{,}3 \times 10^3} = 574 \ \mu A.$

Portanto, $V_B = 3{,}3 \times 10^3 \times 574 \times 10^{-6}$

$V_B = 1{,}89$ v que pode ser arredondado para 1,9 v ou para 2 v, se quiser.

Analogamente, considerando um "beta" de 200, obtém-se $V_B = 2{,}03$ v, que também pode ser arredondado para 2 v.

Agora, tem-se o seguinte: se se desejar um $V_B = 2$ v, tudo bem. Tanto faz um "beta" de 100 ou de 200, tem-se $V_B = 2$ v.

Mas, se quiser um $V_B = 2{,}0$ v já não dá, pois com "beta" de 100 resultou um $V_B = 1{,}9$ volt.

Observe ainda que até agora só se considerou as variações do "beta". E as variações de R_1 e de R_2?

Os valores de 15 kΩ para R_1 e de 3,3 kΩ para R_2 são apenas *nominais,* isto é, podem variar perfeitamente dentro de ±5%, ±10% ou até de ±20%.

Considerando o caso mais otimista de ±5%, significa que as resistências podem variar de –5% até +5% em torno do valor nominal. Isto é, a resistência de 15 kΩ pode variar desde 14,25 kΩ até 15,25 kΩ e a resistência de 3,3 kΩ pode variar entre 3,13 kΩ e 3,47 kΩ.

Se você considerar tudo isto e ainda as variações do "beta", V_B pode variar desde 1,78 volt até 2,04 volts.

Ainda agora, se se quiser um $V_B = 2$ v, tudo bem, pois tanto 1,78 como 2,04 podem ser arredondados para 2.

Mas se se quiser um $V_B = 2{,}0$ v, a coisa piora, pois se 2,04 pode ser arredondado para 2,0; 1,78 só pode ser para 1,8.

E depois, como se vai verificar isto?

Ora, monta-se o circuito e mede-se V_B.

Bem, mas com que voltímetro? Com um voltímetro eletrônico? Ou com um multímetro?

Olhe que existe, além da precisão de leitura do próprio voltímetro, ainda a influência da resistência interna do voltímetro sobre o circuito.

Resumindo:

É mais razoável contentar-se com um V_B de 2 v e não querer um V_B de 2,0 v.

Problema 2

Determinar a freqüência de um cristal para controlar a freqüência de um transmissor na freqüência de 105,8 MHz.

O circuito incorpora um quintuplicador e a tolerância da freqüência é de ± 500 Hz.

Solução

A freqüência da emissora é (105800000 ± 500)Hz

Como existe um quintuplicador no circuito, a freqüência do cristal deve ser:

$$\frac{105\,800\,000 \pm 500}{5} = (21\,160\,000 \pm 100)\text{Hz}$$

Observe que existem 8 algarismos significativos. Isto é, não pode ser de 21,16 MHz, mas sim 21 160 000 Hz. Pode ser 21,160 000 MHz ou 21 160,000 KHz; mas sempre conservando os 8 algarismos significativos.

39. Notação Científica

Chama-se ***notação científica*** a maneira de escrever um número qualquer obedecendo a quantidade de algarismos significativos. Para isso usa-se as potências de 10, com expoentes positivos ou negativos.

Observe os seguintes exemplos:

1 000 000 (7 algarismos) $= \textit{1} \times 10^{6}$ (1 algarismo significativo)

$= \textit{10} \times 10^{5}$

$= \textit{1,0} \times 10^{6}$ (2 algarismos)

$= \textit{100} \times 10^{4}$

$= \textit{1,00} \times 10^{6}$ (3 algarismos)

0,000 125 (7 algarismos) $= \textit{1,25} \times 10^{-4}$

$= \textit{12,5} \times 10^{-5}$ (3 algarismos)

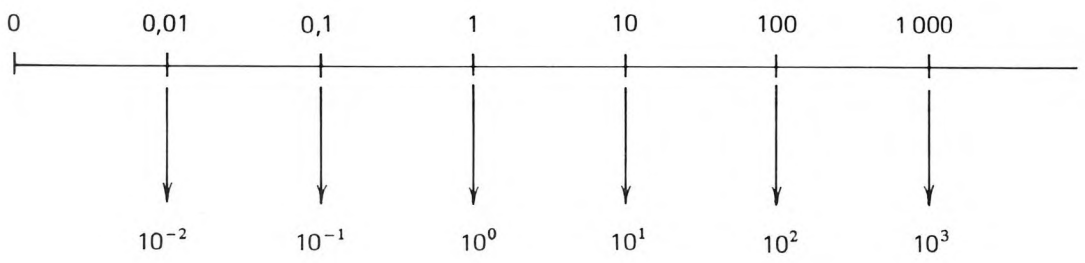
$= \textit{125} \times 10^{-6}$

$= \textit{0,125} \times 10^{-3}$ (4 algarismos)

Repare que os números maiores que 10 levam expoentes positivos, pois $10 = 10^{1}$; enquanto que os números menores que 1 levam expoentes negativos: $0,1 = 10^{-1}$.

Lembre-se que $1 = 10^{0}$.

Observe a representação no diagrama abaixo, onde os valores não estão distribuídos em escala.



Em geral, deve-se colocar um algarismo significativo antes da vírgula. Veja o seguinte exemplo:

$1,25 \times 10^{-4}$ com 3 algarismos significativos, e não

$0,125 \times 10^{-3}$ com 4 algarismos significativos.

40. Operações com Números escritos com Notação Científica

As operações são efetuadas normalmente, conservando-se sempre o número adequado de algarismos significativos. Isto é, o arredondamento deve ser efetuado após cada operação.

Importante — Neste caso, conforme a seqüência das operações os resultados finais podem ser diferentes.

Explicando e Exemplificando

Calcular a expressão: $1{,}52 \times 3{,}14\ (2{,}04 + 8{,}12)$

Solução:

A) $1{,}52 \times 3{,}14 = 4{,}77$

$2{,}04 + 8{,}12 = 10{,}2$ ou $1{,}02 \times 10^1$

$4{,}77 \times 1{,}02 \times 10^1 = \underline{4{,}87 \times 10^1}$

B) $2{,}04 + 8{,}12 = 10{,}2$ ou $1{,}02 \times 10^1$

$1{,}02 \times 10^1 \times 3{,}14 = 3{,}20 \times 10^1$

$3{,}20 \times 10^1 \times 1{,}52 = \underline{4{,}86 \times 10^1}$

De qualquer modo, a diferença é no último algarismo significativo, de maneira que se considera desprezível a diferença. Isto é, considera-se certo qualquer uma das respostas. No caso de adição, pode acontecer de uma ou mais parcelas serem simplesmente desprezadas, por serem muito pequenas em relação às demais.

41. Notação de Engenharia

É uma derivação da notação científica em que o expoente é sempre um múltiplo de 3.

Observe, neste casos, que os números se escrevem da seguinte forma:

220×10^{-3}	$6{,}8 \times 10^{3}$	220×10^{-9}
$1{,}5 \times 10^{-3}$	68×10^{-6}	$1{,}8 \times 10^{6}$

Veja que os algarismos significativos variam de 2 a 3. Então, nos cálculos deve-se manter no máximo 3 algarismos significativos.

Exame

Potências e Raízes

1a. Edição

Referência
017-A

Observações Para o Aluno

- Antes de responder as questões você deverá ter feito um estudo minucioso e completo desta lição.
- Agora, leia cada questão até compreender bem o que se pede.
- Cada questão apresenta várias soluções. Apenas uma solução é correta.
- Em cada questão indique a solução que você julgar correta e, a seguir, transcreva, com atenção, as suas respostas para a Folha de Respostas, anexa.

1. O quadrado de 108 é:
   a) 1 266 b) 11 664 c) 6 680 d) 22 080

2. Qual é o número que, multiplicado por si próprio, dá 114,9184?
   a) 5,69 b) 7,81 c) 30,80 d) 10,72

3. Qual é a raiz quadrada de 7 921?
   a) 89 b) 98 c) 76 d) 42

4. Achar o valor de $\sqrt{502681}$.
   a) 907 b) 600 c) 138 d) 709

5. A diagonal de um retângulo tem 35 cm de comprimento. O lado menor do retângulo mede 21 cm. Que diferença há entre o comprimento da diagonal e o comprimento do lado maior?
   a) 12 cm b) 7 cm c) 9 cm d) 3 cm

6. Uma chapa quadrada tem $3\frac{1}{2}$ cm de lado. Qual é a distância entre dois vértices opostos?
   a) 9,102 b) 7,049 c) 1,008 d) 4,949

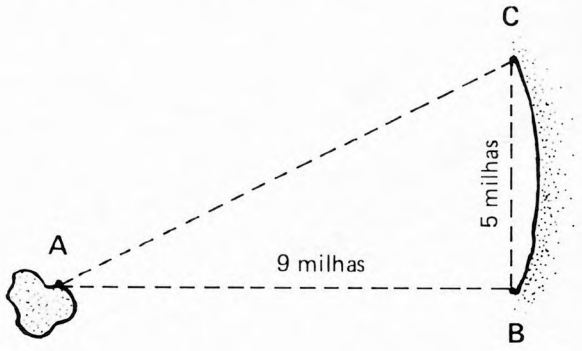
7. Um barco a vela sai de uma ilha "A", figura 1, em direção a um porto "B". Porém, a correnteza e o vento arrastam-no na direção *AC* para o porto "C". A linha *BC,* que une os dois portos distantes 5 milhas um do outro, forma um ângulo reto com a linha *AB.* Se a distância da ilha ao porto "B" é de 9 milhas, que distância percorreu o barco?

   a) 14,00983

   b) 10,29563

   c) 8,51033

   d) 13,51533



8. Calcular a seguinte potência: $(+16)^5$.
   a) 2008986 b) 609098 c) 1048576 d) 158760

9. Calcular a seguinte potência: $(-27)^4$.
   a) +531441 b) 302661 c) 861403 d) 206981

Direitos reservados

10. Calcular a potência da fração: $(\frac{2}{5})^5$.
a) 0,060313 b) 0,360038 c) 0,010240 d) 0,501040

11. Calcular: $(2\frac{3}{5})^3$.
a) 17,576 b) 10,888 c) 1,672 d) 21,222

12. Determinar: $(6^3)^2$.
a) 6^6 b) 6^3 c) 6^2 d) $6^{1,5}$

13. Determinar: $(10^2)^4$
a) 10^4 b) $10^{0,5}$ c) 10^8 d) 10^2

14. Determinar: $(8^4)^1$.
a) 8^4 b) $8^{0,25}$ c) $8^{2,5}$ d) $8^{1,4}$

15. Tem-se 4 resistências iguais a $330 \times 10^3\ \Omega$. Determinar a resistência total.
a) $1,32 \times 10^5\ \Omega$ b) $1\,320 \times 10^3\ \Omega$ c) $1\,230 \times 10^3\ \Omega$ d) $1,2 \times 10^6\ \Omega$

16. A soma das resistências de $2,28 \times 10^2\ \Omega$, $0,12 \times 10^3\ \Omega$, $3,25 \times 10^{-3}\ \Omega$ e $2,19 \times 10^{-1}\ \Omega$ dá:
a) $7,84\Omega$ b) $7,84 \times 10^{-3}\ \Omega$ c) $3,48 \times 10^2\ \Omega$ d) $3,48 \times 10^3\ \Omega$

17. A distância entre a Terra e o Sol é de $1,5 \times 10^6$ km, e entre Plutão e o Sol é $6,4 \times 10^9$ km. Determinar a relação entre as distâncias.
a) $4,27 \times 10^{-3}$ b) $4,3 \times 10^3$ c) $0,23 \times 10^3$ d) 230

18. Sabe-se que o diâmetro do núcleo de um átomo de cobre mede aproximadamente 1×10^{-14} m, enquanto que o átomo todo mede aproximadamente $2,34 \times 10^{-10}$ m. Então, se o núcleo fosse aumentado até ficar com 1 metro, o diâmetro do átomo de cobre seria:
a) $2,3 \times 10^{-14}$ m b) $2,34 \times 10^{-4}$ m c) $4,27 \times 10^4$ m d) $2,3 \times 10^4$ m

Direitos reservados