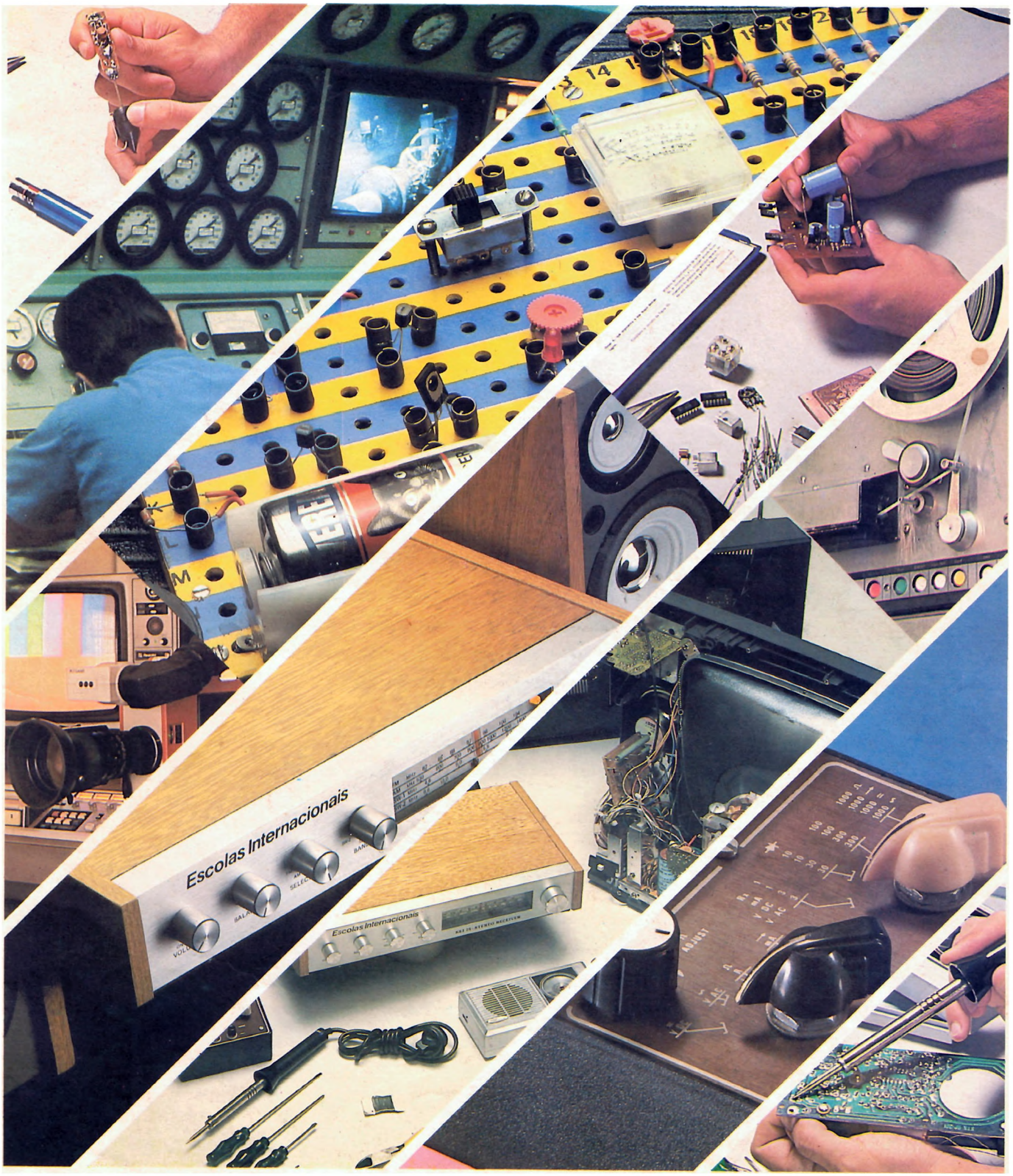
FÓRMULAS



Escolas Internacionais

Referência
012

Conteúdo didático programado e elaborado pela equipe técnico-pedagógica das Escolas Internacionais.

Supervisão geral das equipes técnica e docente de "Methodos Consultoria de Eletrônica Sociedade Civil".

Copyright
International Textbook Company
ICS — International Correspondence Schools
Scranton, Pennsylvania — USA
Copyright
Direitos exclusivos no Brasil para

ESCOLAS INTERNACIONAIS ®
São Paulo, SP — Brasil

Reservados todos os direitos. Proibida a reprodução total ou parcial do texto e das ilustrações por qualquer forma ou meio, sem prévia autorização por escrito dos detentores do copyright. Edições ou reproduções não autorizadas estarão sujeitas às penalidades da Lei.

Impresso no parque gráfico das
Escolas Internacionais do Brasil

Índice Geral

FÓRMULAS

Introdução
1. Fórmulas 7
2. Vantagens do uso de fórmulas 8

Igualdade de expressões numéricas
Princípios fundamentais
3. Operações elementares 8
4. Expressão numérica 9
5. Primeiro e segundo membros 9
6. Analogia entre uma igualdade e uma balança 10
7. Igualdade matemática 10
8. Soma de uma mesma quantidade em ambos os membros de uma igualdade 11
9. Subtração de uma mesma quantidade em ambos os membros de uma igualdade. 12
10. Multiplicação ou divisão de ambos os membros pela mesma quantidade . . 13
11. Divisão de um membro de uma igualdade por um número dado 14
12. Regra para as operações com igualdades 15
13. Transposição 16

Igualdades Literais
Emprego dos símbolos
14. Representação dos números por meio de letras 20
15. Símbolos convencionais 20

Operações com os termos de uma igualdade
16. Regras relativas às igualdades 21
17. Expressão literal ou algébrica 22
18. Termos semelhantes 23
19. Adição de termos semelhantes 24
20. Subtração de termos semelhantes 24
21. Redução de termos semelhantes 25
22. Aplicação das regras anteriores 26
23. Multiplicação de termos 28
24. Divisão de termos 29

Parênteses
25. Emprego dos parênteses 30
26. Supressão dos parênteses 31

Equações com uma incógnita
27. Equações elementares 33
28. Símbolo representativo do termo desconhecido 34
29. Resolução de um problema através de uma equação 35
30. Operação para suprimir os denominadores 37
31. Operações sucessivas para a resolução de equações 40

Operações com quantidades positivas e negativas
32. Qualidade das grandezas 43
33. Representação da qualidade das grandezas 43
34. Aplicação dos sinais em álgebra 44
35. Soma algébrica 44
36. Subtração algébrica 45
37. Multiplicação algébrica 45
38. Divisão algébrica 46

Equações com duas incógnitas
Método de resolução
39. Equações simultâneas 47
40. Eliminação 47
41. Eliminação por adição ou subtração 47
42. Eliminação por substituição 50
43. Escolha entre uma e duas incógnitas 52

Fórmulas empregadas em eletricidade
44. Emprego de fórmulas 53
Exame 57

Introdução

1. Fórmulas

Nos mais diversos campos da atividade humana, é necessário respeitar determinadas regras ou estabelecer relações entre diversas grandezas.

Toda vez que precisamos expressar determinadas regras, maneiras de solucionar problemas, modo de se preparar alguma coisa, fazemos isso através de *fórmulas.*

Quando um farmacêutico precisa preparar um determinado remédio, ele precisa conhecer as drogas que devem ser misturadas, bem como as respectivas quantidades. Então, ele precisa conhecer a ***fórmula do remédio,*** pois a fórmula indica o quê e quanto deve ser misturado.

Da mesma forma, quando um doceiro quer preparar um bolo, ele precisa da receita do bolo. Podemos dizer que a receita é a ***fórmula do bolo,*** pois está expressando quais são os ingredientes que devem ser misturados, e também a relação entre as quantidades dos ingredientes.

Assim, nos mais diversos campos da atividade humana, as ***fórmulas são empregadas com a finalidade de expressar regras ou relações entre grandezas.***

Na Matemática existem as fórmulas matemáticas.

Vamos considerar um exemplo, para determinarmos qual a fórmula matemática que deve ser empregada para solucionar um problema.

Vamos supor que queiramos calcular a área de um terreno retangular. Ora, a área desse terreno irá depender do comprimento e da largura.

A área do terreno é calculada da seguinte forma:

A área é igual ao comprimento multiplicado pela largura.

Em vez de empregarmos palavras, podemos simplificar fazendo uso de símbolos. Então, área iremos representar pela letra "A"; a relação de igualdade pelo sinal "="; o comprimento pela letra "c"; a operação de multiplicação pelo sinal "x", e finalmente a largura representaremos pela letra "ℓ".

Dessa forma, a ***expressão matemática*** que permite calcular a área do terreno retangular é a seguinte:

$$A = c \times \ell$$

Dizemos que esta é a ***fórmula matemática*** que permite calcular a área do terreno retangular. Basta substituir na fórmula o valor do comprimento e o valor da largura, realizar a operação de multiplicação, e o produto obtido será o valor da área do terreno.

Se o terreno tiver um comprimento de 20 metros e uma largura de 10 metros, sua área será:

$A = 20\ m \times 10\ m$

$A = 200$ metros quadrados

Observe que com aquela fórmula, poderemos calcular a área de qualquer terreno retangular, desde que se conheça o valor do comprimento e o valor da largura.

Direitos reservados

2. Vantagens do Uso de Fórmulas

As fórmulas matemáticas são muito utilizadas, por diversas razões. Vamos citar algumas razões para o grande emprego das fórmulas:

1°) A fórmula apresenta de maneira simplificada e precisa, a relação existente entre determinadas grandezas;

2°) A fórmula apresenta de modo claro, as operações matemáticas que precisam ser executadas para se conseguir um resultado pretendido;

3°) Facilita a compreensão de uma regra qualquer;

4°) Uma mesma fórmula pode ser empregada para resolver infinitos problemas semelhantes;

5°) Ocupa menos espaço.

Como você pode notar, existem muitas vantagens que tornam o emprego das fórmulas um fato comum nas mais diversas profissões. Sempre que é possível, uma regra é expressa através de uma fórmula.

Porém, para poder trabalhar com fórmulas, é necessário saber interpretá-las e conhecer as regras para a correta utilização. Isso você aprenderá nos capítulos seguintes.

Igualdade de Expressões Numéricas

PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS

3. Operações Elementares

O princípio em que se fundamenta toda *fórmula* é a equação, o que quer dizer uma condição de igualdade existente entre duas combinações de números.

Exemplo: $2 + 4 = 5 + 1$

O sinal = é colocado como o traço de união entre os números 2 e 4 de um lado, e os números 5 e 1 do outro. Toda expressão que se apresenta desta forma recebe o nome de ***igualdade***. Observe que o sinal = (igual) reúne duas combinações de números que são equivalentes, pois a soma de 2 e 4 vale a mesma coisa que 5 e 1.

Esta condição de igualdade é válida para quaisquer combinações numéricas, em que os números se encontrem unidos pelas operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação, divisão, etc.

Veja o exemplo: $9 \times 8 - 2 = 100 \div 2\frac{1}{2} + 30$

Direitos reservados

Resolvendo este exemplo, verificamos que tanto o resultado da direita do sinal = (igual), como o da esquerda são iguais a 70.

Observe: $9 \times 8 - 2 = 100 \div 2\frac{1}{2} + 30$

$72 - 2 = 100 \div \frac{5}{2} + 30$

$70 = 100 \cdot \frac{2}{5} + 30$

$70 = 20 \cdot 2 + 30$

$70 = 40 + 30$

$70 = 70$

4. Expressão Numérica

Expressão numérica ou ***quantidade*** em Matemática é a mesma coisa que um número ou combinações de números que devem ser submetidos à várias operações aritméticas. Numa igualdade, estas combinações indicam o conjunto de todos os números e sinais que se apresentam à direita ou à esquerda do sinal = (igual).

Expressão

Esta palavra indica que trata-se de diversas operações, conforme você pode observar no exemplo:

$9 \times 8 - 2$ e $100 \div 2\frac{1}{2} + 30$

Quantidade

Esta palavra é aplicada para tudo o que pode ser expresso em números e submeter-se ao cálculo.

Exemplos: as distâncias, os pesos, os preços, etc.

Portanto, uma ***expressão numérica*** pode ser considerada como o conjunto de todos os números e sinais que se acham à esquerda ou à direita do sinal = (igual).

5. Primeiro e Segundo Membros

Numa igualdade temos sempre duas expressões numéricas.

A expressão que se encontra à esquerda do sinal = recebe o nome de ***primeiro membro,*** e a outra que se acha à direita do sinal = chama-se ***segundo membro.***

Quando falamos sobre as duas expressões ao mesmo tempo, dizemos os ***dois membros da igualdade.***

Observe este exemplo:

Numa igualdade o primeiro membro é 5 x 9 e o segundo membro é 60 — 15.

Direitos reservados

Teremos então:

primeiro membro		*segundo membro*
5 x 9	=	60 – 15

Dentro de cada um dos dois membros pode haver vários termos.

Termo é toda quantidade que tem um sinal + ou – na frente.

Observe que no exemplo anterior o primeiro membro tem um só termo, que é 5 x 9, e o segundo membro tem dois, que são 60 e 15.
Lembre-se que todo o número que aparece sem sinal, fica sempre subentendido que tem o sinal +.

6. Analogia entre uma Igualdade e uma Balança

A idéia do que representa uma igualdade pode ser perfeitamente compreendida, se fizermos a comparação com o funcionamento de uma balança comum.

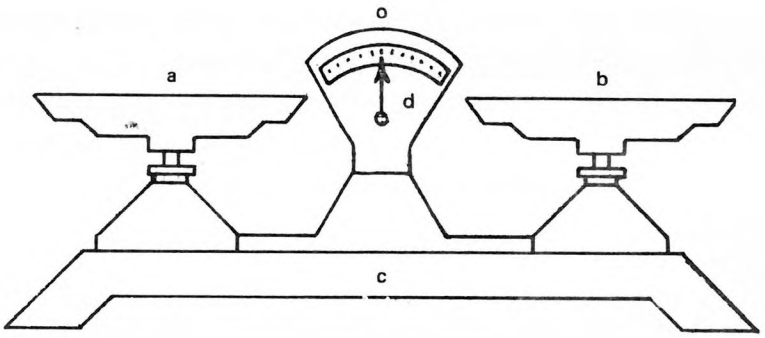


Fig. 1

A balança comum, como a indicada na fig. 1, possui dois pratos ***a*** e ***b,*** suspensos por uma alavanca que gira em um eixo colocado na base ***c.***
Quando o ponteiro indicador *d*, se acha sobre o zero do setor graduado, isto quer dizer que existe igualdade entre os pesos colocados em cada prato, e que os dois pesos se equilibram.
Nos nossos exemplos, vamos apenas desenhar a balança de forma esquemática, inclinando a alavanca de acordo com os pesos colocados nos dois pratos.

7. Igualdade Matemática

Uma igualdade matemática e uma balança têm sempre a seguinte propriedade comum:

"A igualdade só pode existir quando a expressão do primeiro membro for exatamente igual à expressão do segundo membro."

e

"O equilíbrio só pode existir quando o peso de um prato for exatamente igual ao do outro prato".

Direitos reservados

Não é possível diminuir o peso que existe num dos pratos sem alterar o equilíbrio da balança. Assim como também é impossível diminuir o valor de um dos membros da igualdade sem alterar ou desfazer a igualdade.

Mas, se a mesma alteração for feita sobre os pesos dos dois pratos, o equilíbrio continuará existindo. A mesma coisa aconteceria com os dois membros de uma igualdade, pois se a variação fosse a mesma nos dois membros, os resultados também seriam iguais.

Podemos classificar em quatro grupos, as alterações que podem ser feitas, ao mesmo tempo, aos dois membros de uma igualdade sem que esta seja desfeita.

1°) Soma da mesma quantidade aos dois membros da igualdade.

2°) Subtração da mesma quantidade a ambos os membros.

3°) Multiplicação de ambos os membros pela mesma quantidade.

4°) Divisão de ambos os membros pela mesma quantidade.

8. Soma de Uma Mesma Quantidade em Ambos os Membros de Uma Igualdade

Se você juntar um número a um dos membros de uma certa igualdade, terá que fazer o mesmo com o outro membro para que a igualdade continue existindo.

Você pode compreender isto bem melhor pelo exemplo esquematizado de uma balança com dois pratos, ***a*** e ***b.*** Veja a figura 2(a).

O prato ***a*** suporta dois pesos: 10 e 8 kg.

O prato ***b*** suporta dois pesos: 12 e 6 kg.

O peso total que cada prato suporta é de 18 kg.

Se agora você juntar 1 kg ao prato ***b,*** o equilíbrio se desfaz, conforme podemos ver na fig. 2(b). Mas o equilíbrio poderá ser recuperado se você colocar um peso equivalente no prato ***a.*** Observe a fig. 2(c).

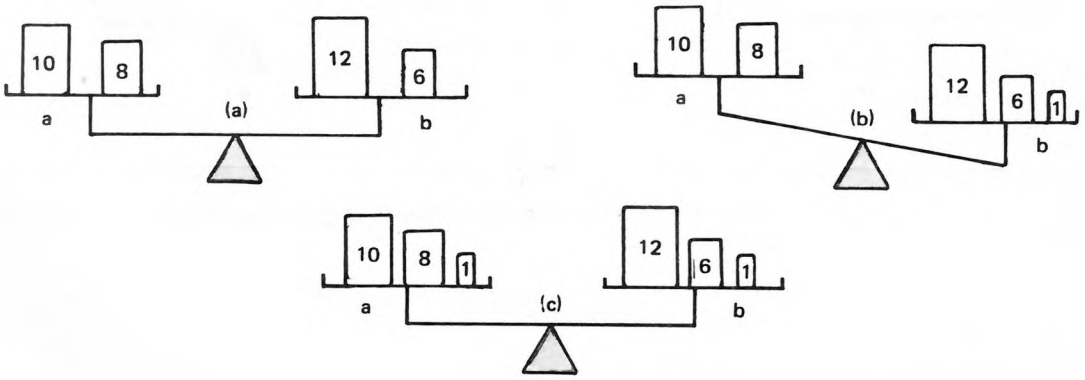


Fig. 2

A disposição representada na fig. 2(a) pode ser expressa pela seguinte igualdade:

$$10 + 8 = 12 + 6$$

Ao juntar 1 kg, conforme vimos na fig. 2(b), a alteração pode ser expressa do seguinte modo:

$$10 + 8 \neq 12 + 6 + 1$$

Direitos reservados

O sinal ≠ significa "não igual" ou "diferente". No primeiro membro da expressão temos 18, e no segundo membro 19. É óbvio que 18 ***não é igual*** a 19: 18 ≠ 19.
Para refazer a igualdade colocamos uma quantidade igual a 1 também no primeiro membro, e com isto os dois membros ficam iguais.
Veja: $10 + 8 + 1 = 12 + 6 + 1$

$19 = 19$

Portanto, podemos deduzir que:

"Para que uma igualdade não se altere, ao juntarmos uma certa quantidade a um dos membros, temos que juntar a mesma quantidade ao outro membro".

9. Subtração de Uma Mesma Quantidade em Ambos os Membros de Uma Igualdade

Se você subtrair um número de um dos membros de uma igualdade, terá que fazer o mesmo com o outro membro, para que a igualdade continue existindo.
Vamos acompanhar o exemplo da balança que você vê na fig. 3(a).
O prato ***a*** suporta os pesos: 20 + 2 + 5 = 27 kg.
O prato ***b*** suporta os pesos: 18 + 7 + 2 = 27 kg.
Se você tirar do prato ***a*** o peso de 2 kg, o equilíbrio será desfeito, mas se você tirar também 2 kg do prato ***b***, o equilíbrio será recuperado novamente. Veja fig. 3(b).

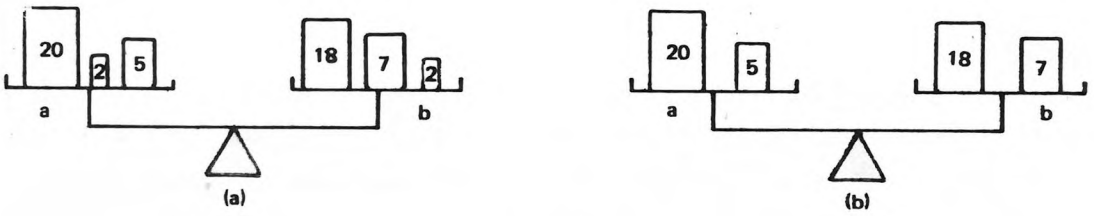


Fig. 3

A disposição indicada na fig. 3(a) poderá ser representada pela seguinte igualdade:

$20 + 5 + 2 = 18 + 7 + 2$

Tirar 2 kg de peso do prato ***a,*** fig. 3(a) é equivalente a subtrair 2 do primeiro membro da igualdade: $20 + 5 + 2 - 2 \neq 18 + 7 + 2$
Efetuando a subtração teremos: $20 + 5 \neq 18 + 7 + 2$
Como a igualdade foi desfeita, temos que refazê-la subtraindo também 2 do segundo membro:

$20 + 5 = 18 + 7 + 2 - 2$

$20 + 5 = 18 + 7$

$25 = 25$

Portanto, deste exemplo podemos deduzir a seguinte regra:

Direitos reservados

"Se a um dos membros de uma igualdade subtrair-se uma certa quantidade, é preciso subtrair esta mesma quantidade ao outro membro, para que a igualdade continue existindo."

Se esta regra não for cumprida, a igualdade deixa de existir, e a quantidade que representa um de seus membros já não é igual à quantidade representada pelo outro.

10. Multiplicação ou Divisão de Ambos os Membros Pela Mesma Quantidade

As observações que você viu para somar ou subtrair uma quantidade a um dos membros de uma igualdade também podem ser aplicadas para o caso de multiplicar ou dividir um dos membros por um certo número. Estas operações são na realidade somas e subtrações repetidas, um número dado de vezes.
Vamos acompanhar isto também através da balança esquematizada da fig. 4.

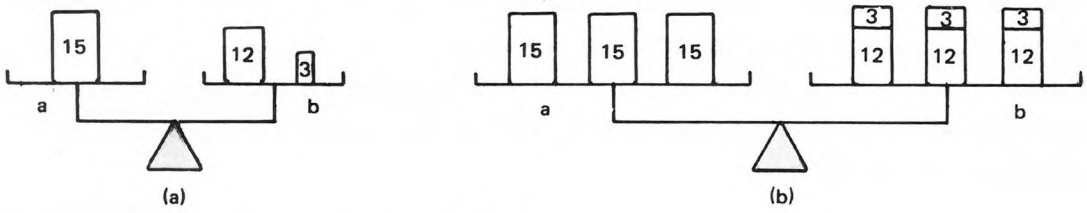


Fig. 4

Na fig. 4(a) temos:
No prato ***a*** existe um peso de 15 kg.
No prato ***b*** existem dois pesos de 12 e 3 kg, que equivalem a 15 kg.
Suponha que você queira multiplicar o peso do prato ***a*** por 3. Isto equivale a colocar três pesos iguais a ele, assim: $15 + 15 + 15 = 45$ kg.
Na realidade, juntamos no prato ***a*** um peso igual a:

$$45 - 15 = 30 \text{ kg.}$$

E para que o equilíbrio seja refeito, temos que juntar também 30 kg ao prato ***b***, para que tenha também 45 kg.
E como o prato ***b*** tinha $12 + 3 = 15$ kg, vemos claramente na fig. 4(b) que temos que multiplicar também por 3 os pesos que tinha, assim:

$$3 \times 12 + 3 \times 3 = 45 \text{ kg.}$$

Se aplicarmos este método a uma igualdade, obteremos o mesmo resultado. A disposição indicada na fig. 4(a) corresponde à seguinte igualdade:

$$15 = 12 + 3$$

Ao multiplicarmos o primeiro membro por 3, a relação toma a seguinte forma:

$$15 \times 3 \neq 12 + 3$$

Esta expressão mostra que a igualdade foi desfeita. E para refazê-la temos que multiplicar também o segundo membro por 3, assim:

$$15 \times 3 = (12 + 3) \times 3$$
$$15 \times 3 = 15 \times 3$$

Como na igualdade o segundo membro é 12 + 3, devemos, ao multiplicar este membro por 3, colocá-lo entre parênteses, assim: (12 + 3). Do contrário, apenas o último número seria multiplicado por 3, pois como foi explicado anteriormente, em caso de operações mistas, deve-se executar a multiplicação antes da adição.
Portanto, podemos deduzir a seguinte regra:

Se multiplicarmos um membro de uma igualdade por uma determinada quantidade, temos que multiplicar o outro membro pela mesma quantidade, para que a igualdade continue existindo.

11. Divisão de um Membro de uma Igualdade por um Número Dado

Finalmente, para acompanhar o processo da divisão vamos ver na fig. 5(a) uma balança, na qual existe o equilíbrio entre o peso de 18 kg colocado no prato ***a*** e dois pesos de 12 e 6 kg, colocados no prato ***b***.
Se você quiser dividir o peso de 18 kg por 3, que é a mesma coisa que substituí-lo por outro peso que seja a terça parte de 18, ou seja, 6 kg, evidentemente o equilíbrio da balança será desfeito.
Para que você recupere o equilíbrio da balança terá que dividir também pelo mesmo fator 3 o peso existente no prato ***b***. As terças partes de 12 e 6 são 4 e 2, respectivamente. Se os pesos do prato ***b*** forem substituídos por estes menores, a disposição aparecerá conforme indica a fig. 5(b) na qual vemos que os pratos se acham novamente em equilíbrio.

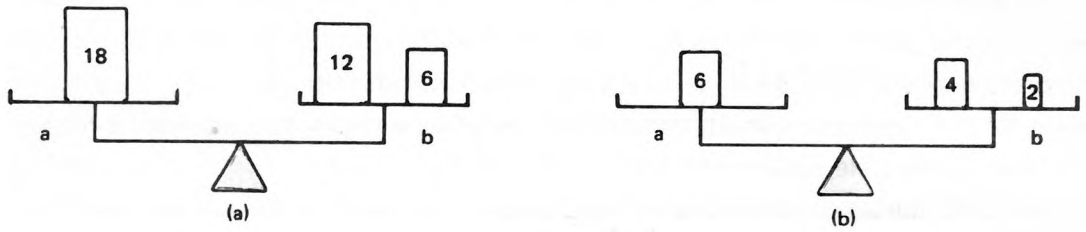


Fig. 5

Ao aplicarmos este princípio a uma igualdade, obteremos o mesmo resultado. A disposição que mostra a fig. 5(a) corresponde à igualdade: 18 = 12 + 6
Quando se divide o primeiro membro por 3, a relação toma a seguinte forma:

$$18 \div 3 \neq 12 + 6$$

ou então:

$$6 \neq 12 + 6$$

E como 6 não pode ser igual a 18, vemos que a igualdade foi desfeita. E para consegui-la de novo, temos que dividir também por 3 o segundo membro, como indica a seguinte igualdade:

$$6 = (12 + 6) \div 3$$
$$6 = 18 \div 3$$
$$6 = 6$$

Direitos reservados

Nesta igualdade também colocamos 12 + 6 entre parênteses, antes de dividi-lo por 3. Do contrário, unicamente o último número, 6, seria dividido por 3.
Portanto, podemos deduzir a seguinte regra:

Se dividirmos um membro de uma igualdade por uma determinada quantidade, temos que dividir o outro membro pela mesma quantidade, para que a igualdade continue existindo.

12. Regra Para as Operações com Igualdades

"Se um membro de uma igualdade for submetido a uma operação qualquer, é preciso também submeter o outro membro à mesma operação, para que a igualdade continue existindo."

Esta regra de aparência tão simples, é da maior importância nas operações com igualdades. Se esta regra não for cumprida todos os resultados obtidos estarão errados. Veja alguns exemplos em que aplicamos esta regra:

Exemplo 1

Desejando juntar 25 ao segundo membro da igualdade:

$$82 + 17 + 14 = 78 + 25 + 10$$

Que alterações devem ser feitas para que a igualdade continue existindo?

Solução

Seguindo a regra, ao juntarmos 25 ao segundo membro, temos também que juntar 25 ao primeiro membro, assim:

$$82 + 17 + 14 + 25 = 78 + 25 + 10 + 25$$

Nesta última igualdade, o valor de cada um de seus membros é 138 e na igualdade inicial o valor era 113. Veja que em ambos os casos existe a igualdade.

Exemplo 2

Desejando subtrair 34 do primeiro membro da igualdade:

$$108 + 15 + 23 = 92 + 36 + 18$$

Que alterações devem ser feitas no segundo membro para que a igualdade continue a existir?

Solução

Seguindo a regra, ao subtrairmos 34 do primeiro membro da igualdade, temos também que subtrair 34 do segundo membro, assim:

$$108 + 15 + 23 - 34 = 92 + 36 + 18 - 34$$

Nesta última igualdade, o valor de cada um de seus membros é 112 e na igualdade inicial o valor era 146. Observe que em ambos os casos existe a igualdade.

Exemplo 3

Se multiplicarmos por 12 o segundo membro da igualdade

$$94 + 3 = 53 + 44$$

Direitos reservados

que alterações devemos fazer para que continue a existir a igualdade?

Solução

Seguindo a regra, ao multiplicarmos o segundo membro da igualdade por 12 teremos também que multiplicar o primeiro membro por 12, assim:

$$(94 + 3) \times 12 = (53 + 44) \times 12$$

Temos que colocar entre parênteses cada um dos dois membros, para indicar que os dois números devem ser multiplicados por 12. Do contrário, apenas o último número seria multiplicado por 12.

Exemplo 4

Tendo-se que dividir o segundo membro da igualdade seguinte por 6, e desejando-se que a igualdade seja mantida, que alterações devem ser feitas?

$$81 + 17 - 20 = 64 - 4 + 18$$

Solução

Seguindo a regra, ao dividirmos o segundo membro da igualdade por 6, teremos também que dividir o primeiro membro por 6, assim:

$$(81 + 17 - 20) \div 6 = (64 - 4 + 18) \div 6$$

Neste caso também temos que colocar entre parênteses cada um dos dois membros, pois é a totalidade de cada membro que deve ser dividida por 6.

13. Transposição

Transposição é toda a mudança de um número de um membro para o outro membro.

Vamos supor a seguinte igualdade:

$$15 + 9 + 3 = 20 + 6 + 1 \quad (1)$$

Se quisermos passar o número 20 da direita para a esquerda do sinal igual, estaríamos em realidade subtraindo 20 do segundo membro. E para que a igualdade não seja desfeita teremos que subtrair também 20 do primeiro membro, assim:

$$15 + 9 + 3 - 20 = 20 + 6 + 1 - 20$$

Mas, no segundo membro, 20 e −20 se anulam.

Portanto, a igualdade ficará:

$$15 + 9 + 3 - 20 = 6 + 1 \quad (2)$$

$$7 = 7$$

Como você pode ver a igualdade é verdadeira.

Se compararmos (1) e (2), que são:

$$15 + 9 + 3 = 20 + 6 + 1$$

e

$$15 + 9 + 3 - 20 = 6 + 1$$

vemos que o número 20 passou do segundo membro para o primeiro, mudano o sinal + pelo sinal −, e que a igualdade continuou a existir.

Todo o número que aparece sem sinal fica subentendido que tem o sinal +. As quantidades ou os números que têm o sinal mais, ou não tem sinal, chamam-se positivos e os que têm o sinal menos, negativos.

Direitos reservados

Vejamos agora um exemplo com um número negativo passando de um membro para outro de uma igualdade.

Seja a seguinte igualdade:

$$105 + 15 - 30 = 40 + 50 \quad (1)$$

Se quisermos passar o número –30 do primeiro membro para o segundo, estaríamos somando 30 ao segundo membro, e para que a igualdade continue a existir temos que somar 30 também ao primeiro membro, assim:

$$105 + 15 - 30 + 30 = 40 + 50 + 30$$

Mas, como no primeiro membro +30 e –30 se anulam, a igualdade ficará:

$$105 + 15 = 40 + 50 + 30 \quad (2)$$

Como ambos os membros são iguais a 120, a igualdade é verdadeira.

Se compararmos (1) e (2), que são:

$$105 + 15 - 30 = 40 + 50$$

e

$$105 + 15 = 40 + 50 + 30$$

vemos que o número –30 passou do primeiro membro para o segundo, mudando o sinal menos por mais.

Destes dois últimos exemplos podemos deduzir a seguinte regra:

"Todo termo de uma igualdade pode ser transposto de um membro para o outro mudando apenas o sinal".

Veja mais alguns exemplos:

Exemplo 1

Supondo a seguinte igualdade: 32 + 96 + 40 = 100 + 48 + 20, transpor o termo 32 para o segundo membro.

Solução

Conforme você já viu, o número 32 está sem sinal. Portanto, é igual a + 32.

Então, seguindo a regra, o número +32 passará para o segundo membro trocando apenas o sinal, e a igualdade ficará assim:

$$96 + 40 = 100 + 48 + 20 - 32$$

$$136 = 136$$

Conforme você pode ver, ambos os membros têm igual valor.

Exemplo 2

Transpor –46 do segundo para o primeiro membro da igualdade:

$$96 + 40 + 30 = 212 - 46$$

Solução

Aplicando a regra dada, a igualdade ficará:

$$96 + 40 + 30 + 46 = 212$$

Ao transpor o termo –46 para o primeiro membro, trocamos o sinal, ficando então +46.

Observe que ambos os membros da igualdade valem 212.

Há casos em que a transposição de quantidades nas igualdades é efetuada por meio da multiplicação ou da divisão dos dois membros.

Por exemplo:

$$\frac{800}{5} = 160$$

Para transpor o denominador 5, para o segundo membro, devemos multiplicar os dois membros por 5.

$$\frac{800 \times 5}{5} = 160 \times 5$$

Observe que a igualdade continua existindo, de acordo com a regra explicada anteriormente (se multiplicarmos os dois membros de uma equação pelo mesmo número, a igualdade não se altera).

Suprimindo-se o fator comum 5 no numerador e no denominador do primeiro membro, a igualdade ficará:

$$800 = 160 \times 5$$
$$800 = 800$$

Note a igualdade em ambos os membros.

Outras vezes, obtemos a transposição de um número ou de uma quantidade, de um membro para outro, dividindo os dois membros da igualdade pelo mesmo número.

Observe este exemplo:

Na igualdade: $450 = 50 \times 9$

transpor 50 para o primeiro membro deixando apenas o 9 no segundo.

Para conseguirmos isto, devemos dividir ambos os membros por 50, assim:

$$\frac{450}{50} = \frac{50 \times 9}{50}$$

Suprimindo-se o fator comum 50 no numerador e no denominador do segundo membro, a igualdade ficará:

$$\frac{450}{50} = 9$$

Como você pôde ver através dos exemplos, demonstramos que:

1°) - para se transpor o denominador de uma fração ordinária, basta multiplicar os dois membros da igualdade pelo mesmo denominador.

2°) - para se transpor o numerador, basta dividir ambos os membros pelo referido numerador.

Se forem dois ou mais números a transpor, procede-se de modo idêntico.

Para todos os casos, podemos aplicar a seguinte regra:

Para ***transpor*** um ***divisor*** de um membro para outro membro da equação, deve-se ***multiplicar*** os ***dois membros*** pelo divisor que se deseja transpor.

Para ***transpor*** um ***fator*** de um membro para outro membro da equação, deve-se ***dividir*** os ***dois membros*** pelo fator que se deseja transpor.

Exemplo 1

Transpor o fator 8 para o segundo membro na igualdade

$$325 \times 8 = 2\,600$$

Solução

Aplicando a regra, temos que dividir os dois membros da igualdade por 8, assim:

$$\frac{325 \times 8}{8} = \frac{2\,600}{8}$$

Direitos reservados

Suprimindo os fatores comuns no primeiro membro, a igualdade ficará:

$$325 = \frac{2\,600}{8}$$

Exemplo 2

Passar o divisor 5 do primeiro membro para o segundo na igualdade:

$$\frac{4\,500}{5} = 900$$

Solução

De acordo com a regra, temos que multiplicar ambos os membros por 5 e teremos:

$$\frac{4\,500 \times 5}{5} = 900 \times 5$$

Suprimindo-se o fator comum 5 no primeiro membro, a igualdade ficará:

$$4\,500 = 900 \times 5$$

Nos exemplos que você viu, os membros das igualdades são compostos unicamente de fatores. Mas podem também ser constituídos de números ligados entre si pelos sinais + ou —. Veja os seguintes exemplos.

Exemplo 1

Dada a igualdade $\frac{81}{9} = 10 + 4 - 5$, transpor o denominador 9.

Solução

Para transpor nesta igualdade o denominador 9, do primeiro para o segundo membro, temos que considerar o segundo membro como uma única quantidade, colocando-o entre parênteses. Depois, efetuamos a transposição multiplicando os dois membros da igualdade por 9, assim:

$$\frac{81 \times 9}{9} = (10 + 4 - 5) \times 9$$

Suprimindo os fatores comuns no primeiro membro, teremos:

$$81 = (10 + 4 - 5) \times 9$$
$$81 = 9 \times 9$$
$$81 = 81$$

Exemplo 2

Dada a igualdade: $4 \times 27 = 6\,(25 - 10 + 3)$, transpor o fator 6 para o primeiro membro.

Solução

Aplicando a regra, temos que dividir ambos os membros por 6, deste modo:

$$\frac{4 \times 27}{6} = \frac{6\,(25 - 10 + 3)}{6}$$

Suprimindo o fator comum 6 no numerador e no denominador do segundo membro, teremos:

$$\frac{4 \times 27}{6} = (25 - 10 + 3)$$

Mas, como não é mais necessário os parênteses, podemos suprimi-los, e efetuar as operações indicadas, resultando então:

$$\frac{108}{6} = 25 - 10 + 3$$
$$18 = 18$$

Conforme você pode verificar, a igualdade entre os dois membros não foi alterada pela transposição.

Direitos reservados

Exemplo 3

Transpor o fator 53 na igualdade $53 \times 8 = 4 \times (190 - 92 + 8)$, de modo que no primeiro membro fique apenas o fator 8.

Solução

Seguindo a regra, temos que dividir ambos os membros por 53, resultando então:

$$\frac{53 \times 8}{53} = \frac{4\,(190 - 92 + 8)}{53}$$

Suprimindo-se o fator comum 53 no primeiro membro, teremos:

$$8 = \frac{4\,(190 - 92 + 8)}{53}$$

Para comprovar que a igualdade continua existindo, basta efetuar as operações indicadas, a soma e a subtração dentro dos parênteses, obtendo-se:

$$8 = \frac{4 \times 106}{53}$$

$$8 = 8$$

Igualdades Literais

EMPREGO DOS SÍMBOLOS

14. Representação dos Números por Meio de Letras

Vimos nos capítulos anteriores as explicações das propriedades das igualdades, apenas com algarismos para podermos ver claramente os resultados das diferentes operações. Agora, vamos representar os algarismos que figuram nas igualdades por meio de símbolos ou letras individuais. As vantagens deste sistema é sentida gradualmente através da sucessão dos nossos exemplos. A substituição dos algarismos por letras não trará qualquer espécie de alteração nos métodos que vimos nas igualdades.

O emprego de letras para designar algarismos é muito usado no comércio, onde é muito freqüente marcar os preços dos artigos, utilizando em etiquetas, letras em vez de algarismos para evitar que o cliente tome conhecimento dos preços. Mas o comerciante possui a chave, sabe o algarismo que cada letra representa e, portanto, ao olhar para a etiqueta sabe logo o preço que representa.

15. Símbolos Convencionais

Qualquer letra pode servir como símbolo para indicar uma dimensão correspondente a uma superfície ou a um sólido, ou a uma dimensão de uma peça qualquer de uma

Direitos reservados

máquina ou de um mecanismo. Também pode indicar um número que exprima rotações, cavalo-vapor, velocidade, etc.

Veja algums símbolos que são empregados com muita freqüência:

A = área de uma superfície
C = circunferência de um círculo
d = diâmetro de um círculo
r = raio de um círculo
h = altura de um triângulo
P = potência
N = rotações por minuto

Lembre-se que qualquer significação atribuída a uma letra, esse significado não se altera quanto ao problema ou cálculo em que se usa a referida letra.

Operações com os termos de uma igualdade

16. Regras relativas às igualdades

Todas as regras que vimos nos capítulos anteriores, podem ser igualmente aplicadas nas igualdades expressas por letras, e por isso não vamos repetir a sua explicação. Vamos verificar tudo isto através de exemplos, e lembrando sempre que as letras significam e representam determinados números.

Exemplo para a adição

Considere a seguinte igualdade:

$$a + b + c = d + e + f$$

Suponha que você queira somar o símbolo "g" ao primeiro membro. Então, você terá que somar o símbolo "g" também ao segundo membro, e a igualdade ficará assim:

$$a + b + c + g = d + e + f + g$$

Estas letras podem ter um valor qualquer, mas a disposição que apresentam nos dois membros exige que os dois membros tenham o mesmo valor.

Neste caso, vamos supor que os valores das letras sejam, por exemplo:

$a = 1$ $\quad$ $e = 4$
$b = 3$ $\quad$ $f = 7$
$c = 9$ $\quad$ $g = 8$
$d = 2$

Então, se substituírmos as letras pelos respectivos valores, a igualdade ficará assim:

$$1 + 3 + 9 + 8 = 2 + 4 + 7 + 8$$
$$21 = 21$$

Exemplo para a subtração

Agora, vamos supor que você queira subtrair a letra "g" do primeiro membro.

Então, seguindo a regra, você terá que subtrair a letra "g" também do segundo membro.

$$a + b + c - g = d + e + f - g$$

E se você substituir as letras pelos seus respectivos valores, a igualdade ficará assim:

$$1 + 3 + 9 - 8 = 2 + 4 + 7 - 8$$

$$5 = 5$$

Exemplo para a multiplicação

Multiplicar por "d" o primeiro membro da igualdade seguinte:

$$a = b + c$$

Aplicando a regra, temos que multiplicar ambos os membros pelo fator indicado, resultando:

$$ad = (b + c)\, d$$

Para comprovar a igualdade acima, vamos fazer a troca por números. Suponha que as letras dadas tenham os seguintes valores:

$$a = 12,\ b = 9,\ c = 3 \text{ e } d = 5.$$

Substituindo-se estes valores na igualdade deste exemplo, teremos:

$$12 = 9 + 3.$$

Multiplicando-se ambos os membros, por 5, teremos:

$$12 \times 5 = (9 + 3)5$$

$$60 = 12 \times 5$$

$$60 = 60$$

Exemplo para a divisão

Dividir o segundo membro da igualdade seguinte por "d":

$$a = b + c$$

Aplicando a regra, temos que dividir ambos os membros por "d", ou seja:

$$\frac{a}{d} = \frac{b + c}{d}$$

Vamos conprovar a igualdade acima, fazendo a troca de letras pelos respectivos números.

Suponha que as letras dadas tenham o mesmo valor do exemplo anterior, ou seja:

$$a = 12,\ b = 9,\ c = 3 \text{ e } d = 5$$

Então, substituindo-se os valores na igualdade deste exemplo teremos:

$$12 = 9 + 3.$$

Dividindo-se ambos os membros por 5, teremos:

$$\frac{12}{5} = \frac{9 + 3}{5}$$

$$\frac{12}{5} = \frac{12}{5}$$

17. Expressão Literal ou Algébrica

Chama-se ***expressão algébrica*** uma letra ou um conjunto de letras, ou de letras e números, que se ligam entre si pelos sinais das diferentes operações fundamentais.

Veja alguns exemplos de expressões algébricas:

$$13a$$

$$2 + 5a$$

$$\frac{ab}{c}$$

Chama-se ***termo*** de uma expressão literal, a cada um dos grupos de letras e números, separados pelos sinais + e −.
Todo ***termo*** é formado por um ***coeficiente*** e uma ***parte literal.***

Veja estes exemplos:

Termo Algébrico	*coeficiente*	*parte literal*
8ab	8	ab
−3x	−3	x

O termo algébrico "8ab" é constituído por uma ***parte numérica*** chamada ***coeficiente,*** e que indica o número de vezes que é necessário somar o termo consigo mesmo. Neste caso ele é um multiplicador. Este coeficiente 8, indica que é necessário somar 8 vezes consigo mesmo a quantidade "ab".
A quantidade ***"ab"*** representa a ***parte literal*** do termo "8ab".

Quando um termo não apresenta um coeficiente numérico, fica subentendido que ele é igual à unidade, igual a 1.

Por exemplo: cd = 1cd
coeficiente = 1
parte literal = cd

18. Termos Semelhantes

Quando queremos achar a soma de um certo número de moedas iguais, contamos apenas o número delas que é a importância total.
Se tivermos seis moedas argentinas de um peso, a importância total será naturalmente, 6 pesos. Igualmente, se representarmos as moedas pela letra P, teremos:

$$P + P + P + P + P + P = 6\,P = 6 \text{ pesos}$$

Ao contarmos as moedas, separamos sempre as que são diferentes, pois não podemos somar libras com pesos ou com pesetas. E do mesmo modo, na expressão:

$$L + L + P + P + P + p$$

Não poderíamos escrever 6L ou 6P ou 6p, pois nos três casos o resultado estaria errado. Nestes casos, temos que agrupar as letras iguais e depois somar os diferentes grupos, e o resultado será:

$$2L + 3P + p.$$

Termos semelhantes são aqueles que têm a ***mesma parte literal.***

Exemplo: 3c e 5c
2x e −7x
3 liras e 5 liras

Direitos reservados

19. Adição de Termos Semelhantes

Vamos considerar o termo 4ab que é constituído do coeficiente ***4*** e a parte literal ***ab.*** Neste caso, o coeficiente ***4*** indica quantas vezes a quantidade ***ab*** deve ser somada consigo mesma. Logo, teremos:

$$ab + ab + ab + ab$$

Supondo que $a = 2$ e $b = 3$, então, a expressão ab é igual a $2 \times 3 = 6$;
e a expressão ab + ab + ab + ab será igual a 6 + 6 + 6 + 6.
O termo 4ab seria equivalente a quatro vezes seis. E do mesmo modo, o termo 3ab seria equivalente a três vezes seis.
A expressão 4ab + 3ab será portanto, equivalente a:

4 vezes seis mais 3 vezes seis = 7 vezes 6 =
= 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 42

Portanto, 4ab + 3ab poderá ser escrito na forma 7ab, pois substituindo-se ***a*** por 2 e ***b*** por 3, teremos:

$$7 \times 2 \times 3 = 42$$

Podemos, portanto, estabelecer a seguinte regra:

"Para se somar termos semelhantes, somamos os coeficientes e ao resultado juntamos a parte literal comum."

Exemplo
A soma de: 5cd + 2cd + 14cd dará, portanto, como resultado 21cd, pois de acordo com a regra devemos primeiramente somar os coeficientes, que são: 5, 2, 14.

$$5 + 2 + 14 = 21$$

e depois devemos juntar a parte literal comum, que é cd ao resultado da soma dos coeficientes, ficando então:

21cd

20. Subtração de Termos Semelhantes

As mesmas explicações relativas à adição de termos semelhantes podem ser aplicadas à subtração de termos semelhantes.
Por exemplo:
Achar a diferença entre os termos semelhante 12cd e 9cd.
Basta subtrair os coeficientes: 12 − 9 = 3 e juntar ao resultado a parte literal comum "cd", ficando a resposta = 3cd
Portanto, para a subtração de termos semelhantes, podemos aplicar a seguinte regra:

Regra I –
"Para subtrair termos semelhantes acha-se a diferença entre os seus coeficientes e junta-se ao resto a parte literal comum."

Direitos reservados

Quando subtraímos termos semelhantes, pode acontecer que o minuendo seja maior do que o subtraendo.

Por exemplo: 5 – 14

O minuendo 14 é maior do que o subtraendo 5.

Nestes casos, efetuamos normalmente a subtração e damos ao resultado o sinal do número de maior valor absoluto.

Assim, 14 – 5 = 9

e como 14 é maior, o resultado deverá ter o sinal dele que é – (menos).

Portanto, 5 – 14 = –9.

Acompanhe este outro exemplo:

$$12a + 14b - 20b$$

O coeficiente 20 é maior do que 14. Então, efetuando a subtração, teremos:

$$20 - 14 = 6.$$

E como 20 é maior, o resultado deverá ter o mesmo sinal dele, que é – (menos). Logo:

$$14 - 20 = -6$$

E o resultado da expressão ficará: 12a – 6b

Regra II –

"Quando o minuendo é maior do que o subtraendo, subtrai-se o número menor do maior e ao resto colocamos o sinal – (menos).

Exemplo

Simplificar a expressão 14ab + 3ab – 15ab – 9bc + 14bc – 12bc, somando e subtraindo os termos semelhantes.

Solução

1°) somar os termos semelhantes que têm sinal igual:

$$14ab + 3ab = 17ab$$

$$-9bc - 12bc = -21bc$$

A expressão ficará: 17ab – 15ab + 14bc – 21bc

2°) subtrair os termos semelhantes

$$17ab - 15ab = 2ab$$

$$14bc - 21bc = -7bc$$

Finalmente, a expressão ficará reduzida a:

$$2ab - 7bc$$

21. Redução de termos semelhantes

A simplificação que você viu no exemplo anterior, recebe também o nome de ***redução de termos semelhantes.***

"Para reduzir termos semelhantes numa expressão, somamos separadamente os termos positivos (que têm sinal +), e os negativos (que têm sinal –). Efetuamos a subtração, e ao resultado damos o sinal da soma que tiver maior valor absoluto".

Exemplo 1

Reduzir os termos semelhantes seguintes:

$$+2bc - 9bc - 3bc + 5bc - 6bc$$

Solução

Somamos primeiro os termos positivos:

$$\begin{array}{r} +2bc \\ +5bc \\ \hline 7bc \end{array} +$$

Em seguida, somamos os termos negativos:

$$\begin{array}{r} -9bc \\ -3bc \\ -6bc \\ \hline -18bc \end{array} +$$

Finalmente, efetuamos a subtração:

$$\begin{array}{r} -18bc \\ +\ 7bc \\ \hline -11bc \end{array}$$

Colocamos o sinal daquele que apresenta maior valor absoluto. Neste caso é $-18bc$. Portanto, o sinal $-$ deve vir antes do resultado da subtração, ficando então: $-11bc$.

Exemplo 2

Efetuar a redução dos seguintes termos semelhantes:

$$+3cd + 9cd + 5cd - 2cd - 4cd =$$

Solução

1.°) somar os termos positivos:

$$\begin{array}{r} +3cd \\ +9cd \\ +5cd \\ \hline +17cd \end{array}$$

2.°) somar os termos negativos:

$$\begin{array}{r} -2cd \\ -4cd \\ \hline -6cd \end{array}$$

3.°) efetuar a subtração:

$$\begin{array}{r} +17cd \\ -\ 6cd \\ \hline +11cd \end{array}$$

Colocamos o sinal da soma de maior valor absoluto, que neste caso é $+17cd$. Portanto, o sinal $+$ deve vir antes do resultado da subtração, e o resultado final ficará $+11cd$.

22. Aplicação das Regras Anteriores

Vejamos alguns exemplos com a aplicação das regras que você viu:

Exemplo 1

Somar os termos semelhantes da igualdade $4a + 2b + 3a = 8c$

Solução

Somar os coeficientes dos termos semelhantes:

$$4a + 3a = 7a$$

Então, a igualdade ficará:

$$7a + 2b = 8c$$

Exemplo 2

Somar ou subtrair os termos semelhantes da igualdade

$$16a + 4b + 9c = 8a + 2d + 7c$$

Solução

Passar para o primeiro membro os termos 8a e 7c. De acordo com a regra que você já estudou, faremos a transposição mudando apenas o sinal, e a expressão ficará assim:

$$16a - 8a + 4b + 9c - 7c = 2d$$

Mas, $16a - 8a = 8a$

e $9c - 7c = 2c$

Então, a igualdade ficará assim:

$$8a + 4b + 2c = 2d$$

Exemplo 3

Somar os termos semelhantes da seguinte igualdade:

$$a + \frac{3}{10}a + \frac{3}{4}b + \frac{1}{2}b = 4c$$

Solução

Lembre-se, que quando um termo não apresenta coeficiente numérico, como acontece com ***a*** no nosso exemplo, fica subentendido que o seu coeficiente é 1.

Portanto, ***a*** significa ***1a.***

Vamos agora, somar os termos semelhantes:

$$1a + \frac{3}{10}a \qquad \text{e} \qquad \frac{3}{4}b + \frac{1}{2}b$$

Bastará somar os coeficientes e dar ao resultado a mesma parte literal.

Então, somando as frações, temos:

$$\frac{1}{1} + \frac{3}{10} = \frac{10+3}{10} = \frac{13}{10}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3+2}{4} = \frac{5}{4}$$

Resposta: A igualdade ficará $\frac{13}{10}a + \frac{5}{4}b = 4c$

Exemplo 4

Somar e subtrair os termos semelhantes contidos na igualdade

$$5a + \frac{1}{2}a + 4b - 9b = 16c - 1\frac{1}{2}c.$$

Solução

A soma de 5a e de $\frac{1}{2}$ a é igual $5\frac{1}{2}a$

A diferença entre −9b e 4b é igual a −5b

(subtrair normalmente: $9 - 4 = 5$, e dar ao resultado o sinal do número de maior valor absoluto, que neste caso é o 9. Portanto, o resultado será: $-9 + 4 = -5$).

A diferença entre 16c e $1\frac{1}{2}$ c é igual a $14\frac{1}{2}$c.

Se você tiver alguma dúvida com relação a estes cálculos, reveja o livro de frações novamente.

Finalmente, a resposta da igualdade simplificada ficará assim:

$$5\frac{1}{2}a - 5b = 14\frac{1}{2}c.$$

Exemplo 5

Somar e subtrair os termos semelhantes da seguinte igualdade:

Direitos reservados

$$9{,}13a - 16{,}42b = 11{,}47c - 2{,}93b - 5{,}25a + 8{,}32a$$

- *Solução*

Vamos transpor todos os termos semelhantes para um mesmo membro da igualdade, e então teremos:

$$9{,}13a + 5{,}25a - 8{,}32a = 16{,}42b - 2{,}93b + 11{,}47c$$

Somando: $9{,}13a + 5{,}25a = 14{,}38a$

Subtraindo: $14{,}38a - 8{,}32a = 6{,}06a$

Subtraindo: $16{,}42b - 2{,}93b = 13{,}49b$

Resposta: A igualdade ficará assim: $6{,}06a = 13{,}49b + 11{,}47c$

EXERCÍCIOS

Efetuar as operações indicadas nas seguintes expressões:

1. $3c + 4c + 7c + 8c$ — **resposta: 22c**
2. $ab + 3ab + 11ab + 13ab$ — **resposta: 28ab**
3. $7a + a + 13a - 5a$ — **resposta: 16a**

Simplificar as seguintes igualdades:

4. $7a + 2a - 3a = 8b - 3b$ — **resposta: 6a = 5b**
5. $9x + 4y - 3z - 6x - 6y + 4z = 14 - 3$ — **resposta: 3x − 2y + z = 11**
6. $9xy + 2yz - 4xy = 15xz - 6xz + 2yz$ — **resposta: 5xy = 9xz**

23. Multiplicação de Termos

Para a multiplicação, podemos multiplicar entre si termos semelhantes e não semelhantes.

Por exemplo, se 6 for multiplicado por 3, quer dizer que 6 deve ser somado 3 vezes com ele mesmo, assim:

$$6 + 6 + 6$$

Do mesmo modo, se ***a*** for multiplicado por ***b, a*** deve ser somado ***b*** vezes, qualquer que seja o valor dado para ***b***.

No primeiro caso, o produto é $6 \times 3 = 18$ e no último caso, o produto é $a \times b = ab$.

Se um termo formado por um coeficiente e uma parte literal com uma ou mais letras, tal como 24ab, tiver que ser multiplicado por 4, o produto será:

$$24ab \times 4 = 96ab$$

Portanto, multiplicamos o coeficiente pelo número, como de costume, e as letras da parte literal juntamos ao resultado.

Veja este exemplo em que temos que multiplicar dois termos que contém parte literal:

$$14ab \times 3c$$

1°) multiplicamos os coeficientes: $14 \times 3 = 42$.

2°) juntamos as letras do primeiro termo com as do segundo: $ab \times c = abc$

Resultado: $14ab \times 3c = 42abc$.

Direitos reservados

Em todas as expressões algébricas é costume colocar as letras em ordem alfabética, conforme você viu no exemplo anterior = 42abc. Também é dado preferência para se colocar o termo que contém ***b*** antes de um termo que contenha ***d***. Por exemplo, 4ab + + 3ac + 4ad.

24. Divisão de Termos

Para a divisão também podemos dividir entre si termos semelhantes e não semelhantes. Por exemplo: $16\,ab \div cd = \frac{16ab}{cd}$;

$$(2ab + 3cd) \div 5b = \frac{2ab + 3cd}{5b}$$

Sempre que possível, os ***fatores comuns devem ser suprimidos.***
Considere a expressão $2a \div 2 = \frac{2a}{2}$
Suprimindo-se o fator comum 2, teremos como resultado apenas *a*: $\frac{2a}{2} = a$

Exemplo 1

$$6a \div 2a = \frac{6a}{2a}$$

Suprimindo-se o fator comum "a" e simplificando a fração $\frac{6}{2}$ teremos como resultado apenas 3:

$$\frac{6 \times a}{2 \times a} = \frac{6}{2} = 3.$$

Exemplo 2

$$6ab \div 2a = \frac{6ab}{2a} = \frac{6b}{2} = 3b.$$

Exemplo 3

$$120\,abc \div 6\,ab = \frac{120abc}{6ab} = \frac{120c}{6} = 20c.$$

Exemplo 4

$$4a \div 2b = \frac{4a}{2b} = \frac{2a}{b}$$

EXERCÍCIOS

1. Multiplicar 2x por 3y — resposta: 6xy
2. Multiplicar 8ac por 5bd — resposta: 40abcd
3. Dividir 2x por 3y — resposta: $\frac{2x}{3y}$
4. Dividir 12ab por 4b — resposta: 3a
5. Dividir 9bc por 3ad — resposta: $\frac{3bc}{ad}$
6. Multiplicar 3x por 6y e dividir o produto por 3z — resposta: $\frac{6xy}{z}$

Parênteses

25. Emprego dos Parênteses

No livro "Números Decimais" você já estudou a aplicação dos ( ) parênteses, [ ] colchetes e { } chaves nas expressões numéricas. Todas estas regras são também aplicáveis às expressões formadas por letras.
O sinal de multiplicação junto aos parênteses poderá ser omitido, assim como se escreve uma letra junto a outra para indicar a sua multiplicação.
Observe:

$(a + b) \times c$ ou $(a + b)c$

Esta expressão $(a + b) \times c$ ou $(a + b)c$ poderá ser interpretada de duas formas.

1a. interpretação

$$(a + b) \times c = (a + b)c$$

Suponha que estas letras tenham os seguintes valores:

$$a = 4,\ b = 5 \text{ e } c = 3$$

teremos então:

$$(a + b) \times c = (a + b)\, c$$

Substituindo os valores, vem:

$$(4 + 5) \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

2a. interpretação

$$(a + b) \times c = (a + b)\, c = ac + bc$$

Substituindo as letras pelos mesmos valores da 1a. interpretação, teremos:

$$(4 + 5) \times 3 = (4 + 5)\, 3 = 4 \times 3 + 5 \times 3 = 12 + 15 = 27$$

Na 1a. interpretação a soma de ***a*** e de ***b*** tem que ser multiplicada por ***c.***
Na 2a. interpretação cada letra deve ser multiplicada por ***c***, e os resultados devem ser somados.
Qualquer das duas interpretações conduz ao mesmo resultado.

A expressão $(a - b) \times c$ ou $(a - b)c$ também pode ser interpretada de duas formas.

1a. interpretação

$$(a - b) \times c = (a - b)c$$

Suponha que estas letras tenham os seguintes valores:

$$a = 6,\ b = 2 \text{ e } c = 3.$$

Teremos então:

$$(a - b) \times c = (a - b)\, c$$

$$(6 - 2) \times 3 = (6 - 2)3 = 4 \times 3 = 12$$

2a. interpretação

$$(a - b) \times c = (a - b)c = ac - bc$$

Substituindo as letras pelos mesmos valores da 1a. interpretação, teremos:

$$(6 - 2) \times 3 = (6 - 2)3 = 6 \times 3 - 2 \times 3 = 18 - 6 = 12$$

Direitos reservados

Na 1a. interpretação a subtração de ***a*** e ***b*** tem que ser multiplicada por ***c.***
Na 2a. interpretação, cada letra deve ser multiplicada por ***c,*** e os resultados devem ser subtraídos.
Qualquer das duas interpretações conduz ao mesmo resultado.

26. Supressão dos Parênteses

As regras para se eliminar os ( ) parênteses, [ ] colchetes e { }chaves são as mesmas que você estudou no livro "Números Decimais", para as expressões numéricas.
Para eliminar ( ) parênteses, [ ] colchetes e{ }chaves em expressões que contenham várias adições e subtrações devemos seguir as seguintes regras:

1a) Parênteses ( ), colchetes [ ] ***e chaves*** { } ***precedidos pelo sinal + (positivo):***
Ao eliminar os ( ), [ ] e{ }, conservamos todos os sinais internos de cada termo.
2a) Parênteses ( ), colchetes [ ] ***e chaves*** { }, ***precedidos pelo sinal – (negativo):***
Ao eliminar os ( ), [ ] e{ }, trocamos todos os sinais internos de cada termo.

Observe estes exemplos:

1°) $+14 + (-3 + 5 - 7) =$
$+14 - 3 + 5 - 7 =$
$+19 - 10 = +9$

2°) $+14 - (-3 + 5 - 7) =$
$+14 + 3 - 5 + 7 =$
$+24 - 5 = +19$

Acompanhe agora alguns exemplos com diversas aplicações de parênteses.
Seja a seguinte soma: $42 + 10 + 8 = 60$
Usando parênteses: $(42 + 10) + 8 = 52 + 8 = 60$ ou
$42 + (10 + 8) = 42 + 18 = 60$
Veja que em qualquer caso o resultado é sempre o mesmo, e então podemos deduzir que:

$$(a + b) + c = a + b + c \quad \text{ou} \quad a + (b + c) = a + b + c$$

Veja como ficaria se fosse proposta a subtração do 8, na seguinte expressão:
$42 + 10 - 8 = 44$
Usando parênteses: $(42 + 10) - 8 = 52 - 8 = 44$ ou
$42 + (10 - 8) = 42 + 2 = 44$

Aqui também, em qualquer caso o resultado é sempre o mesmo, e então podemos deduzir que:

$$(a + b) - c = a + b - c \quad \text{ou} \quad a + (b - c) = a + b - c$$

Direitos reservados

Seja a expressão: $42 - 10 - 8$

$$42 - 10 - 8 = 24$$

Usando parênteses nos dois primeiros termos:

$$(42 - 10) - 8 = 32 - 8.$$

Usando parênteses nos dois últimos termos, a expressão ficaria, de acordo com a regra:

$$42 - (10 + 8) = 42 - 18 = 24 \quad \text{ou}$$

$$42 - (10 + 8) = 42 - 10 - 8 = 24$$

Daqui podemos deduzir que:

$$a - (b + c) = a - b - c$$

Considere agora esta expressão: $42 - 10 + 8$

$$42 - 10 + 8 = 40$$

Usando parênteses nos dois primeiros termos:

$$(42 - 10) + 8 = 32 + 8 = 40$$

Usando parênteses nos dois últimos termos, de acordo com a regra:

$$42 - (10 - 8) = 42 - 2 = 40$$

$$42 - (10 - 8) = 42 - 10 + 8 = 40$$

Daqui podemos deduzir que:

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Observe a resolução deste outro exemplo:

Exemplo

Suprimir os parênteses da expressão

$$(a + b - 2c) - (a - b - 4c)$$

e executar as operações de adição e subtração existentes.

Solução

Primeiramente vamos eliminar os parênteses. No primeiro parênteses não há nenhum sinal, então fica subentendido que é sinal + (positivo).

$$(a + b - 2c) = a + b - 2c$$

Neste caso basta retirar os parênteses conservando o sinal de cada termo.

No segundo parênteses temos o sinal de − (negativo) na frente, portanto, temos que retirá-lo trocando todos os sinais dos seus termos, assim:

$$-(a - b - 4c) = -a + b + 4c$$

A expressão completa ficaria assim:

$$(a + b - 2c) - (a - b - 4c) =$$

$$a + b - 2c - a + b + 4c$$

Agora bastará resolver a expressão, reduzindo os termos semelhantes, assim:

$$a - a = 0$$

$$b + b = 2b$$

$$-2c + 4c = 2c$$

De modo que a resposta será: $2b + 2c$

Direitos reservados

A supressão dos parênteses nas expressões com operações de multiplicação e divisão, só deve ser feita após a resolução destas operações.
Não esqueça que em primeiro lugar devemos resolver as multiplicações e depois as divisões. As outras operações, soma e subração, na ordem em que aparecem.

Observe este exemplo:

$$(8 + 7) \times 4 =$$
$$15 \times 4 = 60 \quad \text{ou,}$$
$$8 \times 4 + 7 \times 4 = 32 + 28 = 60$$

Se neste exemplo, eliminássemos os parênteses antes de efetuar a multiplicação, veja o que aconteceria: $(8 + 7) \times 4 =$

$$8 + 7 \times 4 = 8 + 28 = 36.$$

Logo, o resultado estaria errado.
Veja mais este outro exemplo:

$$160 - 4\,(36 - 28) =$$
$$160 - 4 \times 8 = 160 - 32 = 128$$

Se eliminássemos os parênteses antes de efetuar a multiplicação, veja o que aconteceria com o resultado:

$$160 - 4\,(36 - 28) =$$
$$160 - 4 \times 36 - 28 = 160 - 144 + 28 = 44.$$

Logo, o resultado estaria completamente errado.
Não esqueça que ao resolver as expressões temos que eliminar primeiro os parênteses, depois os colchetes e por último as chaves, conforme você viu no livro "Números Decimais".

EXERCÍCIOS

Suprimir os parênteses das seguintes expressões e reduzir os termos semelhantes:

1. $(a + b - 2c) - (a - b - c) =$ — resp.: $2b - c$
2. $(3e + 4f - 5) + (2e - 5f + 1) =$ — resp.: $5e - f - 4$
3. $(2a + b) - (a - b) + (a - 2b) =$ — resp.: $2a$
4. $(14ab - 9ab) + (9b - 12b) - (13bc - 7bc) =$ — resp.: $5ab - 3b - 6bc$

Equações com uma Incógnita

27. Equações Elementares

Nas igualdades que estudamos até agora vimos que todos os termos tinham valores conhecidos.
Agora, vamos estudar as equações elementares, em que temos que calcular o valor de um termo desconhecido.
Suponha, por exemplo, que uma bola esteja tapando um dos termos da igualdade

Direitos reservados

seguinte, e que chamamos o número tapado de "x".

$$3 + 5 + x = 10 + 7$$

Você sabe, que a condição fundamental para a existência de uma igualdade é que os dois membros devem ter o mesmo valor. Portanto, o valor do primeiro membro deve ser igual ao valor do segundo.

O valor do segundo membro é: $10 + 7 = 17$

E a soma dos números visíveis do primeiro membro é:

$$3 + 5 = 8$$

Então, podemos concluir que 8 mais "x" tem que valer 17.

Portanto, o valor de "x" é: $17 - 8 = 9$

Logo, a igualdade completa deve ser:

$$3 + 5 + 9 = 10 + 7$$
$$17 = 17$$

Quando numa igualdade qualquer existe uma ou várias quantidades desconhecidas, a igualdade recebe o nome de ***equação.***

Observe esta equação: $42 - X = 18 \times 3 - 30$

O valor do segundo membro é: $18 \times 3 - 30 = 54 - 30 = 24$

Como o primeiro membro deve ter o mesmo valor, o termo desconhecido será:

$$42 - X = 24$$
$$42 - 24 = 18$$

Portanto, a equação verificada é:

$$42 - 18 = 18 \times 3 - 3$$
$$24 = 24$$

Veja mais esta outra equação: $\frac{8 \times 4}{X} = 56 - 30 - 10$

O segundo membro é: $56 - 30 - 10 = 16$

O valor do primeiro membro é: $\frac{8 \times 4}{X} = \frac{32}{X}$

Dividindo-se 32 pelo elemento desconhecido deve dar como resultado 16.

$$32 \div X = 16$$

Isto quer dizer que o produto de 16 pelo número desconhecido dará 32.

$$16 \cdot X = 32$$

Portanto, o número desconhecido será igual a:

$$32 \div 16 = 2$$

Então, a equação verificada será:

$$\frac{8 \times 4}{2} = 56 - 30 - 10$$
$$16 = 16$$

28. Símbolo Representativo do Termo Desconhecido

Qualquer quantidade desconhecida que figura numa equação chama-se ***incógnita.***

As incógnitas são representadas pelas letras finais do alfabeto: x, y, z, u, etc.

Quando há uma só incógnita, geralmente usa-se o "x".

Direitos reservados

Se quisermos achar a soma de vários números, como por exemplo 5, 3, 9 e 2, formamos a equação assim: $x = 5 + 3 + 9 + 2$

Efetuando as operações, teremos: $x = 19$

Neste exemplo, o primeiro membro é representado pela incógnita "x", e o segundo membro pelos termos conhecidos que foram dados. Esta é a disposição mais fácil para achar o valor de uma incógnita "x", e por isso ao resolver uma equação sempre isolamos a incógnita em um dos membros.

29. Resolução de um problema através de uma equação

Vamos aos exemplos!

Exemplo 1

Que número se deve acrescentar a 9 para que resulte 21?

Solução

Vamos representar o número desconhecido por "x", e então podemos estabelecer a equação assim: $9 + x = 21$

Então, o primeiro membro é $9 + x$

o segundo membro é 21

Para resolver a equação temos que isolar a incógnita "x", e transpor todos os outros termos do membro onde se encontra a incógnita "x" para o outro membro, mudando os sinais como você já viu.

$$9 + x = 21$$
$$x = 21 - 9$$
$$x = 12$$

Esta equação é muito simples e poderia ser resolvida apenas ao examiná-la. O valor de "x" deve ser igual a diferença entre 21 e 9, que é 12.

Substituindo o valor achado de "x", a equação ficará:

$$9 + x = 21$$
$$9 + 12 = 21$$
$$21 = 21 \quad \text{(identidade)}$$

Identidade é a igualdade, cujos membros têm, não só o mesmo valor, mas também a mesma forma.

Exemplo 2

Que número se deve subtrair de 52 para que a diferença seja igual a 39?

Solução

Designando por "x" o número desconhecido, podemos estabelecer a equação:

$$52 - x = 39$$

Subtraindo-se 39 de 52, a diferença é 13, que deve ser o valor de "x".

Portanto, a equação verificada é: $52 - 13 = 39$

$$39 = 39$$

Outro procedimento para se resolver este exemplo é fazer a transposição dos termos conhecidos para um membro, e isolar a incógnita "x" no outro membro.

Direitos reservados

Neste caso, vamos transpor a incógnita "x" para o segundo membro, para que ela fique positiva. E os outros termos vamos transpor para o primeiro membro.

Assim, teremos:

$$52 - x = 39$$
$$52 - 39 = x$$
$$13 = x$$

Substituindo o valor achado na equação, teremos:

$$52 - x = 39$$
$$52 - 13 = 39$$

Identidade:

$$39 = 39$$

Exemplo 3

Que número se deve juntar à soma de 24 e 9 para se obter uma soma igual à soma de 38 e 5?

Solução

Vamos colocar a primeira soma e a incógnita "x" no primeiro membro, e a segunda soma no segundo membro. Assim, teremos:

$$24 + 9 + x = 38 + 5$$

Para resolver esta equação bastará isolar a incógnita "x" no primeiro membro, e transpor todos os membros conhecidos para o segundo membro, trocando-se o sinal. Fazendo-se as devidas transposições, teremos:

$$x = 38 + 5 - 24 - 9$$

Agora é só somar os números positivos e os negativos, e depois achar a diferença entre eles.

$$x = 43 - 33$$
$$x = 10$$

Para comprovar que o resultado é verdadeiro, temos que substituir o valor de "x" achado na equação, desta forma:

$$24 + 9 + x = 38 + 5$$
$$24 + 9 + 10 = 38 + 5$$

Identidade:

$$43 = 43$$

Exemplo 4

Num armazém há 41 barris de azeite. E se no dia seguinte for armazenada uma quantidade três vezes maior de barris, qual será o número total de barris que entrariam no segundo dia?

Solução

O valor de "x" seria, evidentemente, três vezes maior do que o número dado.

Portanto, a equação é:

$$x = 3 \times 41$$
$$x = 123$$

Resposta: O número total de barris que entraria no segundo dia seria de 123 barris.

Exemplo 5

A diferença entre dois números é 3. Se o menor é 9, qual é o maior?

Solução

Vamos representar por "x" o número maior, e estabelecer a equação assim:

$$x - 9 = 3$$

Transpondo 9 para o segundo membro, temos:

$$x = 3 + 9$$
$$x = 12$$

Direitos reservados

Resposta: O número maior é 12.

Exemplo 6

Um armazenista de carvão vende 225 toneladas, quantidade que é três vezes maior do que a que fica no armazém. Qual é então a quantidade que normalmente fica no armazém?

Solução

A quantidade desconhecida "x" é três vezes menor que a vendida. Então, para que "x" seja igual a 225, temos que multiplicá-lo por 3.

Observe a equação: $3x = 225$

Então, para resolver a equação bastará reduzir o coeficiente da incógnita para a unidade, dividindo os dois membros da equação por 3, conforme você já estudou.

$$3x = 225$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{225}{3}$$

Suprimindo o fator comum 3 no primeiro membro, teremos:

$$x = \frac{225}{3}$$
$$x = 75 \text{ toneladas.}$$

Resposta: O armazenista ficava sempre com a quantidade de 75 toneladas.

Exemplo 7

Se adicionarmos 8 ao produto de 9 por um número desconhecido, vamos obter 71. Qual é esse número desconhecido?

Solução

De acordo com o enunciado do problema, temos que somar 8 ao produto 9x, para que o resultado seja igual a 71. A equação será, portanto:

$$9x + 8 = 71$$

Transpondo 8 para o segundo membro, teremos:

$$9x = 71 - 8$$

Para isolar o "x" no primeiro membro, temos que dividir ambos os membros por 9.

$$\frac{9x}{9} = \frac{71 - 8}{9}$$
$$x = \frac{63}{9}$$
$$x = 7$$

Resposta: Portanto, o número desconhecido é 7.

30. Operação Para Suprimir os Denominadores

Para a resolução das equações utilizamos uma operação chamada "cortar os denominadores", que consiste em fazer desaparecer os termos fracionários de uma equação.

Vamos tomar a seguinte equação como exemplo:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 25$$

Lembre-se que podemos multiplicar os dois membros de uma equação por um mesmo número, sem que a equação se altere. Então, podemos multiplicar os dois membros desta equação por um número que possa dividir todos os denominadores sem deixar resto, como 6, 12 ou 18.

Direitos reservados

Vamos então, multiplicar o nosso exemplo por 6, e em seguida podemos suprimir os fatores comuns.

Veja:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 25$$

$$\frac{6x}{2} + \frac{6x}{3} = 25 \times 6$$

$$3x + 2x = 150$$

$$5x = 150$$

$$x = \frac{150}{5}$$

$$x = 30$$

Observe que neste exemplo usamos o mesmo método ensinado para a soma de frações com denominadores diferentes. Utilizamos o 6 que na verdade é o "mínimo múltiplo comum" dos denominadores (2 e 3).

Daqui podemos deduzir a seguinte regra:

"Para suprimir os denominadores de uma equação, multiplicamos os seus dois membros pelo mínimo múltiplo comum das frações, e em seguida suprimimos os fatores comuns."

Veja alguns exemplos:

Exemplo 1

Achar o valor de x na equação $\frac{2X}{3} + \frac{X}{5} = 45$.

Solução

Para suprimir os denominadores, temos que achar o mmc entre 3 e 5, que é 15. Em seguida, multiplicar ambos os membros da equação por 15.

$$\frac{2X}{3} + \frac{X}{5} = 45$$

$$\frac{15 \times 2X}{3} + \frac{15X}{5} = 15 \times 45$$

Suprimindo os fatores, temos:

$$5 \times 2X + 3X = 15 \times 45$$

Reduzindo:

$$10X + 3X = 15 \times 45$$

$$13X = 15 \times 45$$

$$X = \frac{15 \times 45}{13}$$

$$X = 51\ \frac{12}{13}$$

Exemplo 2

Resolver a equação seguinte: $\frac{X}{2} + \frac{X}{3} - \frac{X}{7} = 63$

Solução

Temos que suprimir os denominadores, multiplicando os dois membros pelo mínimo múltiplo comum dos denominadores, que é 42.

$$\frac{X}{2} + \frac{X}{3} - \frac{X}{7} = 63$$

$$\frac{42X}{2} + \frac{42X}{3} - \frac{42X}{7} = 42 \times 63$$

$$21X + 14X - 6X = 42 \times 63$$

Reduzindo os termos semelhantes, temos:

$$29X = 42 \times 63$$

$$X = \frac{42 \times 63}{29}$$

$$X = 91\ \frac{7}{29}$$

Direitos reservados

Exemplo 3

Determinar o valor de x na equação seguinte:

$$\frac{X+1}{3} + \frac{2X}{4} = 47 - 2X$$

Solução:

Temos que suprimir os denominadores, multiplicando os dois membros da equação pelo mínimo múltiplo comum dos denominadores, que é 12.

$$\frac{X+1}{3} + \frac{2X}{4} = 47 - 2X$$

$$\frac{12(X+1)}{3} + \frac{12 \times 2X}{4} = 12 \times 47 - 12 \times 2X$$

Suprimindo os fatores comuns, temos:

$$4(X + 1) + 3 \times 2X = 564 - 24X$$

Suprimindo os parênteses, e executando as multiplicações, temos:

$$4X + 4 + 6X = 564 - 24X$$

Agora, temos que transpor todos os termos de "X" para o primeiro membro, e os outros para o segundo membro, sempre mudando os sinais. Assim, teremos:

$$4X + 6X + 24X = 564 - 4$$

Reduzindo os termos semelhantes, vem:

$$34X = 560$$

$$X = \frac{560}{34}$$

$$X = 16\ \frac{8}{17}$$

Exemplo 4

Resolver a equação $2X + \frac{X}{5} = \frac{2}{3} + \frac{3}{5}$

Solução

Temos que suprimir os denominadores, multiplicando os dois membros da equação pelo mínimo múltiplo comum dos denominadores, que é 15.

$$2X + \frac{X}{5} = \frac{2}{3} + \frac{3}{5}$$

$$15 \times 2X + \frac{15X}{5} = \frac{15 \times 2}{3} + \frac{15 \times 3}{5}$$

Suprimindo os fatores comuns, teremos:

$$15 \times 2X + 3X = 5 \times 2 + 3 \times 3$$

Reduzindo os termos semelhantes, vem:

$$30X + 3X = 10 + 9$$

$$33X = 19$$

$$X = \frac{19}{33}$$

Exemplo 5

Achar o valor de x na equação: $\frac{32}{X+3} = \frac{18}{X}$

Solução

Temos que suprimir os denominadores, multiplicando os dois membros da equação pelo mínimo múltiplo comum, que neste caso é o produto dos denominadores: (x + + 3)X.

$$\frac{32}{X+3} = \frac{18}{X}$$

$$\frac{32(X+3)X}{X+3} = \frac{18\,(X+3)X}{X}$$

Suprimindo-se os fatores comuns, teremos:

$$32X = 18(X + 3)$$

Direitos reservados

Multiplicando ambos os termos do segundo membro por 18, teremos:

$$32X = 18X + 18 \times 3$$

Transpondo 18x para o primeiro membro, com o sinal trocado, e reduzindo os termos semelhantes, vem:

$$32X - 18X = 18 \times 3$$
$$14X = 54$$
$$X = \frac{54}{14}$$
$$X = 3\frac{6}{7}$$

31. Operações sucessivas para a Resolução de Equações

As operações que você deve executar ao resolver as equações, isto é, para achar o valor da incógnita, seguem sucessivamente esta ordem:

1. cortar os denominadores
2. transpor os termos
3. reduzir os termos semelhantes
4. dividir os dois termos da equação pelo coeficiente da incógnita.

Às vezes, é mais conveniente transpor os termos antes de cortar os denominadores, conforme você poderá observar no nosso exemplo 2, que vem a seguir.
Vamos aos exemplos!

Exemplo 1

Determinar o valor de x na equação $9X - 9 = 5X + 7$.

Solução

Temos apenas que transpor os termos, mudando-se os sinais.
Vamos transpor os termos que contém a incógnita para o primeiro membro, e os outros para o segundo membro.

$$9X - 9 = 5X + 7$$
$$9X - 5X = 7 + 9$$

Reduzindo os termos semelhantes, teremos:

$$4X = 16$$
$$X = \frac{16}{4}$$
$$X = 4$$

Exemplo 2

Resolver a seguinte equação: $6 + \frac{1}{2}y = 8 + \frac{1}{3}y$

Solução

Neste caso vamos fazer a transposição dos termos da incógnita para o primeiro membro, e os outros para o segundo membro, mudando o sinal.

$$6 + \frac{1}{2}y = 8 + \frac{1}{3}y$$
$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{3}y = 8 - 6$$

Agora podemos multiplicar todos os termos por 6, que é o mínimo múltiplo comum

dos denominadores, para poder eliminar os denominadores. Assim, a equação ficará da seguinte forma:

$$\frac{6 \times 1}{2} y - \frac{6 \times 1}{3} y = 6(8 - 6)$$
$$\frac{6}{2} y - \frac{6}{3} y = 6 \times 2$$

Suprimindo os fatores comuns, teremos:

$$3y - 2y = 6 \times 2$$
$$y = 12$$

Exemplo 3

Determinar o valor de x na equação:

$$\frac{X - 3}{15} + \frac{X + 7}{17} = 8$$

Solução

O menor múltiplo comum é 15 x 17. Então, vamos multiplicar todos os termos da equação por este valor. Logo, teremos:

$$\frac{15 \times 17 (X - 3)}{15} + \frac{15 \times 17 (X + 7)}{17} = 8 \times 15 \times 17$$

Suprimindo os fatores comuns:

$$17 (X - 3) + 15(X + 7) = 8 \times 15 \times 17$$

Efetuando as multiplicações indicadas:

$$17X - 51 + 15X + 105 = 2040$$

Transpondo para o segundo membro os termos conhecidos:

$$17X + 15X = 2040 + 51 - 105$$

Reduzindo os termos semelhantes:

$$32X = 1986$$
$$X = \frac{1986}{32}$$
$$X = 62 \frac{1}{16}$$

Exemplo 4

Um tubo de ferro com 42 cm de largura, dividiu-se em dois pedaços. Um deles é 5 vezes maior do que outro. Qual é o comprimento de cada pedaço?

Solução

Vamos considerar o pedaço menor como "x". Então, o outro será "5x", por ser 5 vezes maior.

A soma destes pedaços, $5X + X$, deve ser igual ao comprimento total do tubo. Portanto, podemos estabelecer a seguinte equação:

$$5X + X = 42$$

Reduzindo, vem:

$$6X = 42$$
$$X = \frac{42}{6}$$
$$X = 7$$

Resposta: A parte menor é igual a 7 cm. E a parte maior é igual a 5 x 7, que é 35 cm.

Exemplo 5

Resolver a seguinte equação: $\frac{46}{X+3} = \frac{23}{X}$

Solução

Para eliminar os denominadores, temos que multiplicar ambos os membros pelo

Direitos reservados

mínimo múltiplo comum destes denominadores, que é: (x + 3)x

$$\frac{46}{x+3} = \frac{23}{x}$$

$$\frac{46(x+3)x}{(x+3)} = \frac{23(x+3)x}{x}$$

Suprimindo os fatores comuns, teremos:

$$46x = 23(x + 3)$$

Efetuando as multiplicações indicadas:

$$46x = 23x + 69$$

Transpondo o termo desconhecido para o primeiro membro:

$$46x - 23x = 69$$

Reduzindo os termos semelhantes:

$$23x = 69$$

$$x = \frac{69}{23}$$

$$x = 3$$

Exemplo 6

Achar o valor de x na equação:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{5} + \frac{x}{7} = 16\,\frac{6}{7}$$

Solução

Vamos multiplicar todos os termos da equação pelo mínimo múltiplo comum dos denominadores, que é 2 x 5 x 7 = 70.

$$\frac{70x}{2} + \frac{70x}{5} + \frac{70x}{7} = 70 \times 16\,\frac{6}{7}$$

Agora, vamos suprimir todos os fatores comuns e reduzir em seguida os termos semelhantes:

$$35x + 14x + 10x = 1\,180$$

$$59x = 1\,180$$

$$x = \frac{1\,180}{59}$$

$$x = 20$$

EXERCÍCIOS

1. Resolver as seguintes equações:

a) $11x + 14 = 56 - 3x$ — resp.: $x = 3$

b) $27x - 127 = 11 - 19x$ — resp.: $x = 3$

c) $3x + 4x + 5x = 6x + 72$ — resp.: $x = 12$

d) $x - \frac{x}{3} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ — resp.: $x = 1\,\frac{7}{8}$

e) $\frac{54}{x+4} = \frac{42}{x}$ — resp.: $x = 14$

2. Se $x + 3a = 81$, e sabendo-se que $a = 17$, qual é o valor de x? — resp.: $x = 30$

3. Resolver a equação $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 47$ — resp.: $x = 60$

4. Resolver a equação $3x + 2a = 2a + 24$ — resp.: $x = 8$

5. Achar o valor de x na equação $4x + \frac{x}{2} = 36$ — resp.: $x = 8$

Direitos reservados

Operações com quantidades positivas e negativas

32. Qualidade das grandezas

Muitas grandezas se apresentam com qualidades opostas, tal como acontece com:

a) saldos credores e devedores de uma conta corrente;

b) lucros e perdas de um negócio;

c) as distâncias medidas da esquerda para a direita, e as que se registram da direita para a esquerda;

d) a água que entra e sai de um tanque.

Estas qualidades com sentidos opostos, distinguem-se com as denominações de ***positivas*** e ***negativas.***

As quantidades resultantes da medição destas grandezas, conservam os mesmos nomes: positivas e negativas.

Por exemplo, os comprimentos positivos são os que se medem da esquerda para a direita, e os comprimentos negativos são os que se medem no sentido oposto, isto é, da direita para a esquerda.

Consideramos também como positivas as temperaturas superiores a zero, e como negativas as de caráter oposto, ou seja, as inferiores a zero.

33. Representação da Qualidade das Grandezas

Para expressar o sentido de uma quantidade, colocamos o sinal + na frente, se for positiva, ou o sinal – se for megativa.

Exemplos: +42° (temperatura acima de 0°C; positiva)
–15° (temperatura abaixo de 0°C; negativa)

Se as quantidades não estão precedidas de sinal, fica subentendido que são positivas. ***O sinal – nunca pode ser omitido.***

Lembre-se também, que ***valor absoluto de um número é igual ao seu número sem o sinal.***

Exemplos: o valor absoluto de –4 é igual a 4.
o valor absoluto de +4 é igual a 4.

Direitos reservados

34. Aplicação dos Sinais em Álgebra

Em ***aritmética*** quando operamos unicamente com valores absolutos, os sinais + e — são empregados como símbolos de uma operação.
O sinal + intercalado entre duas quantidades indica que estas devem ser somadas, e o sinal — indica que a segunda deve ser subtraída da primeira.

Em ***álgebra,*** como as operações são efetuadas com quantidades positivas e negativas, os sinais + e —, servem tanto para indicar as operações de somar e subtrair, como para expressar a qualidade da grandeza.

Suponhamos, por exemplo, a soma entre as quantidades +500 e —200. Neste caso, a soma deve ser indicada assim: 500 + (—200)
O sinal + estabelece a operação de somar. E o sinal —, dentro dos parênteses, indica que 200 é negativo.
Veja este outro exemplo: 500 — (—200).
Isso significa que a quantidade negativa 200, deve ser subtraída da quantidade positiva 500.
E este outro exemplo: (—500) — (+200).
O seu significado é que a quantidade positiva 200, deve ser subtraída da quantidade negativa 500.

35. Soma Algébrica

Para somar várias quantidades de qualidades opostas, somamos primeiro as positivas, depois as negativas. Em seguida, subtraímos aritmeticamente a soma menor da maior, e ao resultado damos o sinal das quantidades, cuja soma for maior.

Considere as seguintes quantidades:

$$+8, -2, +4, -18$$

A soma algébrica será indicada da seguinte forma:

$$(+8) + (-2) + (+4) + (-18)$$

Somando as quantidades positivas: (+8 + 4) = + 12
Somando as quantidades negativas: (—2 — 18) = —20
Efetuando a subtração: 20 — 12 = 8
O sinal do maior número absoluto é menos (—).
Portanto, o resultado é —8.

O ***valor absoluto*** ou o ***módulo*** de um número, é o valor correspondente ao seu numeral, sem considerar o sinal. Em linguagem matemática o módulo é indicado pelo símbolo| |.

Exemplos: |—20| = 20 (o módulo de menos 20 é 20)
|+12| = 12 (o módulo de mais 12 é 12)

Exemplo 1
Achar a soma das seguintes quantidades: +8, −2, −5 e + 7

Solução
A operação indicada é: (+8) + (−2) + (−5) + (+7).
A soma das quantidades positivas: (+8 + 7) = +15
A soma das quantidades negativas: (−2 − 5) = −7
Efetuando a subtração: 15 − 7 = 8. O sinal do maior número absoluto é mais (+).
Portanto, o resultado é: +8.

Exemplo 2
Efetuar a soma dos números −4, −9 e −7.
Solução
Neste caso, todas as quantidades são negativas, e o resultado será a soma de todas elas precedido do sinal menos. Somando as quantidades negativas: (−4 −9 −7) = −20
Portanto, o resultado é: −20

36. Subtração Algébrica

Para subtrair uma expressão de outra, trocamos os sinais das quantidades que formam o subtraendo, e em seguida somamos as expressões resultantes.

Vamos considerar alguns exemplos, para que você compreenda esta regra.
Exemplo 1 6 − (−5) =
O subtraendo é −5. Trocando o sinal ficará +5.
Logo, teremos: 6 + (+5) = 11

Exemplo 2 −7 − (+8) =
O subtraendo é +8. Trocando o sinal ficará −8.
Logo, teremos: −7 + (−8) = −15.

Exemplo 3 12 − (+10) =
O subtraendo é +10. Trocando o sinal ficará −10. Logo, teremos:
12 + (−10) = 2

Exemplo 4 10 − (+12) =
O subtraendo é +12. Trocando o sinal ficará −12. Logo, teremos:
10 + (−12) = −2

Exemplo 5 a − (−b) =
O subtraendo é −b. Trocando o sinal ficará +b. Logo, teremos:
a + (+b) = a + b

Exemplo 6 −a −(+b) =
O subtraendo é +b. Trocando o sinal ficará −b. Logo, teremos:
−a + (−b) = −a − b

37. Multiplicação Algébrica

Para a multiplicação algébrica, você deve seguir a mesma regra de sinais estudada para os números inteiros.

Direitos reservados

O produto de dois termos de ***mesmo sinal*** é ***positivo,***
e
o produto de dois termos de ***sinais diferentes*** é ***negativo.***

Exemplos:
$(+8) \times (+3) = +24$
$(-8) \times (-3) = +24$
$(-8) \times (+3) = -24$
$(+8) \times (-3) = -24$
$(-a) \times (-b) = ab$
$(a) \times (-b) = -ab$

Se o produto constar de vários fatores, siga a seguinte regra:

Será ***positivo,*** se o número de ***fatores negativos for par,*** e
será ***negativo,*** se o número de ***fatores negativos for ímpar.***

Exemplos:
a) $(-2) \times (3) \times (-5) =$
$(-6) \times (-5) = 30$
b) $(a) \times (-b) \times (-c) = abc$
c) $(-2) \times (-3) \times (-5) =$
$(+6) \times (-5) = -30$
d) $(-a) \times (-b) \times (-c) = -abc$

38. Divisão Algébrica

Para a divisão algébrica, você deve seguir também o mesmo processo da regra de sinais estudada para os números inteiros.

O quociente de dois termos de ***mesmo sinal*** é ***positivo,*** e o quociente de dois termos de ***sinais diferentes*** é ***negativo.***

Exemplos: $(+18) \div (+3) = +6$
$(-18) \div (-3) = +6$
$(-18) \div (+3) = -6$
$(+18) \div (-3) = -6$
$(-a) \div (-b) = c$
$(+a) \div (-a) = -c$

Direitos reservados

Equações com duas Incógnitas

MÉTODO DE RESOLUÇÃO

39. Equações Simultâneas

Equações simultâneas são equações que são satisfeitas pelos mesmos valores das incógnitas, isto é, as equações simultâneas expressam relações entre as mesmas quantidades.

Por exemplo: $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases}$

Estas duas equações são simultâneas, porque dando-se os valores de: $x = 1$ e $y = 3$, satisfazemos ambas as equações.

Substituindo-se os valores, teremos:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 1 + 3 = 4 \\ \\ xy = 3 \\ 1 \times 3 = 3 \end{cases}$$

Equações tais como: $x + y = 3$ e $x + y = 5$, não são simultâneas, porque nenhum dos valores de "x" e de "y" satisfazem a ambas as equações. Tais equações, são consideradas inconsistentes.

Conclusão, duas equações podem ser independentes e simultâneas. Mas duas ou mais equações independentes, não são necessariamente simultâneas.

40. Eliminação

As equações simultâneas são resolvidas transformando-as e agrupando-as, de forma a se obter uma equação que contenha somente uma incógnita. Este processo chama-se eliminação da outra ou das outras incógnitas.

Há dois métodos comuns para se eliminar uma incógnita de duas equações simultâneas:

1°) por adição ou subtração

2°) por substituição

41. Eliminação por Adição ou Subtração

O método de eliminação de uma incógnita de equações simultâneas simples por adição ou subtração, é baseado no princípio seguinte:

Direitos reservados

"Adicionando-se ou subtraindo-se quantidades iguais de outras quantidades iguais, os resultados serão iguais".

Se $a = b$
e $c = d$
Então, $a + c = b + d$
e $a - c = b - d$

Para adicionar ou subtrair os primeiros membros, deve-se também adicionar ou subtrair os segundos membros e, por último, igualar os resultados, formando uma nova equação. A resolução completa é obtida efetuando-se as seguintes operações:

1a.)
Selecionamos a incógnita a ser eliminada. Em seguida, multiplicamos uma das equações dadas por um número, tal que o valor absoluto do coeficiente da incógnita escolhida da nova equação, tenha o mesmo valor absoluto do coeficiente da incógnita escolhida na outra equação.
Podemos, também, multiplicar ambas as equações por números diferentes de modo que os valores absolutos dos dois coeficientes nas novas equações sejam iguais, nas incógnitas a serem eliminadas.
2a.)
Se os coeficientes iguais tiverem sinais contrários nas duas equações a serem agrupadas, somamos as equações.
Se os coeficientes iguais tiverem sinais iguais, nas duas equações a serem agrupadas, subtraímos uma equação da outra.
3a.)
Achamos o valor da incógnita resolvendo a equação simples resultante.
4a.)
Substituímos o valor da incógnita em uma das equações originais, e resolvemos a equação achando o valor da outra incógnita.
5a.)
Verificamos as operações, substituindo os valores encontrados em ambas as incógnitas da equação original, que não foi usada na 4a. operação.

Temos que fazer uma verificação nas equações para escolher o multiplicador ou multiplicadores necessários. Se o coeficiente de uma incógnita em uma equação for múltiplo do coeficiente da mesma incógnita na outra equação, escolhemos esta incógnita para ser eliminada. Então, bastará apenas multiplicar a equação que tenha o menor coeficiente, pelo coeficiente que obteremos dividindo o coeficiente maior pelo menor.
Vamos ver então alguns exemplos, com o processo de eliminação por adição ou subtração:

Direitos reservados

Exemplo 1

Resolver as seguintes equações simultâneas:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 10 & (1) \\ 5x + 2y = 8 & (2) \end{cases}$$

Solução

Veja que o coeficiente de y na equação (1) é múltiplo do coeficiente de y na equação (2). Portanto, vamos escolher y para ser eliminado. Para isto, temos que multiplicar a equação (2) por 2,que é o quociente dos coeficientes de y, ou seja $\frac{4}{2} = 2$.

Observe as operações para se determinar x:

Torna-se a escrever a equação (1): $3x - 4y = 10 \quad (3)$

Multiplica-se a equação (2) por 2: $10x + 4y = 16 \quad (4)$

Soma-se (3) e (4): $13x = 26$

Portanto: $x = \frac{26}{13}$

$x = 2$

Como já sabemos o valor de X, podemos achar o valor correspondente de y, substituindo X por 2, em qualquer uma das equações (1) ou (2). Utilizando a equação (2), teremos:

$$\begin{aligned} 5X + 2y &= 8 \quad (2) \\ 5x2 + 2y &= 8 \\ 10 + 2y &= 8 \\ 2y &= 8 - 10 \\ 2y &= -2 \\ y &= -\frac{2}{2} \\ y &= -1 \end{aligned}$$

Para se verificar o resultado, substituímos os valores de X e y na equação (1) para ver se satisfazem a equação.

$$\begin{aligned} 3X - 4y &= 10 \quad (1) \\ 3 \times 2 - 4x(-1) &= 10 \\ 6 - (-4) &= 10 \\ 6 + 4 &= 10 \\ 10 &= 10 \end{aligned}$$

Exemplo 2

Resolver as seguintes equações simultâneas:

$$\begin{cases} 4X + 3y = 17 & (1) \\ 6X + 5y = 27 & (2) \end{cases}$$

Solução

Podemos eliminar com a mesma facilidade qualquer uma das incógnitas nestas equações, mas vamos escolher o X para ser eliminado.

Então, vamos multiplicar cada equação pelo coeficiente de X da outra equação. Escolhemos estes multiplicadores para evitar o trabalho de se achar o menor multiplicador inteiro, que faça os coeficientes de X serem iguais nas duas novas equações.

Mas, poderíamos também achar os menores multiplicadores. Então, teríamos que multiplicar a equação (1) por 3, e a equação (2) por 2. O resultado final obtido por ambos os métodos é o mesmo. Observe então o desenvolvimento das operações:

$$\begin{cases} 4X + 3y = 17 & (1) \\ 6X + 5y = 27 & (2) \end{cases}$$

Direitos reservados

Multiplica-se a equação (1) por 6: $24X + 18y = 102$ (3)
Multiplica-se a equação (2) por 4: $24X + 20y = 108$ (4)

Agora temos que subtrair a equação (3) da equação (4). Para isto bastará multiplicar a equação (3) por (−1), ou seja, apenas fazer a troca de sinais.

Subtraindo a equação (3) da (4):

$$\begin{array}{r} -24X - 18y = -102 \\ 24X + 20y = 108 \\ \hline + \quad 2y = 6 \end{array}$$

$$y = \frac{6}{2}$$

$$y = 3$$

Como já sabemos o valor de y, podemos achar o valor correspondente de X, substituindo y por 3, na equação (1).

$$\begin{aligned} 4X + 3y &= 17 \quad (1) \\ 4X + 3 \times 3 &= 17 \\ 4X + 9 &= 17 \\ 4X &= 17 - 9 \\ 4X &= 8 \\ X &= \frac{8}{4} \\ X &= 2 \end{aligned}$$

Para a verificação do resultado, substituímos os valores de X e y na equação (2) para ver se satisfazem a equação.

$$\begin{aligned} 6X + 5y &= 27 \quad (2) \\ 6 \times 2 + 5 \times 3 &= 27 \\ 12 + 15 &= 27 \\ 27 &= 27 \end{aligned}$$

42. Eliminação por Substituição

Podemos usar o método da adição e subtração para resolver qualquer sistema de equações simultâneas. Mas, às vezes o método da substituição é bem mais prático.
O método da substituição consiste em resolver uma equação mais simples, em função do valor de uma das suas incógnitas, substituindo-se o valor achado na outra equação dada.
A resolução é obtida efetuando-se as seguintes operações:

1a.)
Achar o valor de uma das incógnitas em função da outra.
2a.)
Substituir o valor de uma das incógnitas na outra equação original, resolvendo a equação em termos da incógnita resultante.
3a.)
Determinar a incógnita que foi primeiramente eliminada, substituindo o valor da outra incógnita na equação obtida na 1a. operação.
4a.)
Verificar os resultados, substituindo-os na equação original utilizada na 2a. operação.

Direitos reservados

Entenda melhor, acompanhando o exemplo.

Exemplo

Resolver as seguintes equações simultâneas:

$$\begin{cases} \frac{x-y}{3} + \frac{x+y}{5} = 2 \quad (1) \\ 2x - y = 7 \quad (2) \end{cases}$$

Solução

O valor de y em termos de x na equação (2) é facilmente encontrado, bastando apenas transpor 2x:

$$2x - y = 7 \quad (2)$$
$$2x - 7 = y \text{ ou}$$
$$y = 2x - 7 \quad (3)$$

Substituindo este valor de y na equação (1), teremos:

$$\frac{x-y}{3} + \frac{x+y}{5} = 2$$

$$\frac{x-(2x-7)}{3} + \frac{x+(2x-7)}{5} = 2$$

$$\frac{x-2x+7}{3} + \frac{x+2x-7}{5} = 2$$

$$\frac{7-x}{3} + \frac{3x-7}{5} = 2$$

$$\frac{15(7-x)}{3} + \frac{15(3x-7)}{5} = 2 \times 15$$

$$5(7-x) + 3(3x-7) = 30$$
$$35 - 5x + 9x - 21 = 30$$
$$9x - 5x = 30 - 35 + 21$$
$$4x = 16$$
$$x = \frac{16}{4}$$
$$x = 4$$

Substituindo o valor de x na equação (3), teremos:

$$y = 2x - 7$$
$$y = 2 \times 4 - 7$$
$$y = 8 - 7$$
$$y = 1$$

Para a verificação do resultado, substituímos os valores de x e y na equação (1).

$$\frac{x-y}{3} + \frac{x+y}{5} = 2$$

$$\frac{4-1}{3} + \frac{4+1}{5} = 2$$

$$\frac{3}{3} + \frac{5}{5} = 2$$

$$1 + 1 = 2$$
$$2 = 2$$

Direitos reservados

43. Escolha entre Uma e Duas Incógnitas

Nem sempre é possível expressar facilmente as relações entre duas incógnitas de um problema.
Por esta razão, muitas vezes é mais conveniente utilizar equações simultâneas.
A escolha de uma ou duas incógnitas para um determinado problema, depende somente da experiência e habilidade do estudante.
No exemplo que damos a seguir, foram utilizadas duas incógnitas para demonstrar os princípios indicados, embora o problema possa também ser resolvido por meio de uma simples incógnita.
Vamos ao exemplo!

Exemplo
Um comerciante tem dois tipos de chá, que custam, respectivamente, 720 e 400 cruzeiros o quilo. Que quantidade de cada tipo terá que misturar, para obter um lote de 50 quilos ao preço de 600 cruzeiros o quilo?

Solução I
Em primeiro lugar vamos escrever os enunciados relativos às duas incógnitas, e formular as duas equações simultâneas, que expressam as relações independentes entre essas incógnitas. Em seguida, vamos resolver as equações.
As equações podem ser formuladas do seguinte modo:
Seja x = ao número de quilos de chá de 720 cruzeiros
e y = ao número de quilos de chá de 400 cruzeiros.
Então, visto que, o peso total do lote é de 50 quilos, teremos:

$$x + y = 50 \qquad (1)$$

Por outro lado:

- o custo de x quilos de chá de 720 cruzeiros o quilo é 720x cruzeiros;
- o custo de y quilos de chá de 400 cruzeiros o quilo é 400y cruzeiros;
- o custo de 50 quilos de chá do lote a 600 cruzeiros o quilo é de: 50 x 600 = 30 000 cruzeiros.

Portanto, temos que: $720x + 400y = 30\,000 \qquad (2)$
Resolvendo as equações simultâneas (1) e (2), achamos:

$$\boxed{x = 31\ \tfrac{1}{4}} \quad \text{e} \quad \boxed{y = 18\ \tfrac{3}{4}}$$

Resposta: Portanto, o comerciante deverá misturar $31\frac{1}{4}$ de chá de 720 cruzeiros o quilo, e $18\frac{3}{4}$ quilos de chá de 400 cruzeiros o quilo.
Veja agora, a resolução do mesmo exemplo utilizando apenas uma incógnita:

Solução II
Seja x = ao número de quilos de chá de 720 cruzeiros o quilo.
Então, 50 − x = ao número de quilos de chá de 400 cruzeiros o quilo.
O custo de x quilos de chá a 720 cruzeiros por quilo é 720x.
O preço de (50 − x) quilos de chá a 400 cruzeiros por quilo é 400(50 − x) cruzeiros.
Portanto, o preço de 50 quilos do lote a 600 cruzeiros o quilo é 600 x 50 = 30 000 cruzeiros.
Então, temos: $720x + 400\,(50 - x) = 30\,000$
Resolvendo esta equação vamos obter:

$$x = 31\ \tfrac{1}{4}$$

Portanto, $50 - x = 18\ \tfrac{3}{4}$

Direitos reservados

EXERCÍCIOS

Resolver as seguintes equações, eliminando a incógnita pelo método da adição ou da subtração:

1. $\begin{cases} 2y + 3x = 29 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ resposta: $\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x + 7y = 33 \\ 2x + 5y = 23 \end{cases}$ resposta: $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 7x - 6y = 8 \\ 2x + 9y = 13 \end{cases}$ resposta: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Resolver as seguintes equações, eliminando a incógnita por substituição:

4. $\begin{cases} \frac{2x-1}{2} + \frac{3y+8}{4} = 7 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ resposta: $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} \frac{2x+5}{11} - \frac{y-3}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{5x-3}{4} + \frac{y+2}{7} = 4 \end{cases}$ resposta: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

Resolver o seguinte exemplo utilizando equações simultâneas:

6. Um comerciante de café deseja misturar dois tipos de café, que custam, respectivamente, 320 e 200 cruzeiros o quilo. Que quantidade de cada tipo deverá misturar para obter um lote de 80 quilos ao preço de 250 cruzeiros o quilo?

resposta: $\begin{cases} 33\frac{1}{3} \text{ quilos de 320 cruzeiros} \\ 46\frac{2}{3} \text{ quilos de 200 cruzeiros} \end{cases}$

Fórmulas Empregadas em Eletricidade

44. Emprego de Fórmulas

Agora que você já viu o conceito de equação, daremos alguns exemplos de como as fórmulas estão sendo empregadas.

Lei de Ohm

Uma das fórmulas fundamentais em eletricidade é conhecida pelo nome de Lei de Ohm. Ela estabelece a relação que existe entre a intensidade de uma corrente elétrica, a sua tensão ou força eletromotriz, e a resistência que o condutor opõe a passagem da corrente elétrica.

O enunciado da *Lei de Ohm* é o seguinte:

Direitos reservados

"A intensidade da corrente elétrica constante que passa por um circuito está na razão direta da força eletromotriz, e na razão inversa da resistência do circuito."

Vamos simbolizar estas três grandezas, da seguinte forma:
I = intensidade da corrente, em ampères;
E = força eletromotriz, em volts;
R = resistência, em ohms.

Antes de expressar a ***Lei de Ohm*** por meio de uma fórmula, temos que fazer algumas considerações.
Ao dizer que uma quantidade ***A*** está em razão direta com outra ***B***, e inversa com uma terceira ***C,*** devemos entender que:
Ao multiplicar ***B*** por um certo número, ***A*** fica multiplicado pelo mesmo número;
e que ao multiplicar ***C*** por um fator qualquer, ***A*** fica dividido por esse mesmo fator.
Isto você já viu em Razões e Proporções, e em Frações estabeleceu-se que:
quando na fração $\frac{B}{C}$, cujo quociente supomos que seja ***A***, se multiplicarmos o numerador ***B*** por um certo número, o quociente ***A*** ficará multiplicado por esse número. E se multiplicarmos o denominador ***C*** por um certo número, o quociente ***A*** ficará dividido por esse número.
Associando-se estas duas idéias, veremos que sempre que uma grandeza ***A*** está em razão direta com outra ***B,*** e em razão inversa com uma terceira ***C,*** poderemos escrever que ***A*** ou o seu produto por um certo número, é o valor de uma fração que tem por numerador ***B*** e por denominador ***C.***
Como conseqüência disto, podemos expressar a Lei de Ohm, da seguinte forma:

$$I = \frac{E}{R} \qquad (1)$$

Desta fórmula podem derivar outras duas.
Acompanhe as transformações:
Se multiplicarmos ambos os membros por ***R,*** teremos:

$$IR = \frac{ER}{R}$$

$$IR = E$$

Ou seja:

$$E = IR \qquad (2)$$

Se dividirmos ambos os membros por I, desta última fórmula, teremos:

$$\frac{E}{I} = \frac{IR}{I}$$

$$\frac{E}{I} = R$$

Ou seja:

$$R = \frac{E}{I} \qquad (3)$$

Veja agora, alguns exemplos com a aplicação destas fórmulas.

Exemplo 1

A força-eletromotriz de uma corrente é de 3 volts, e a resistência do circuito elétrico é de 15 ohms.

Direitos reservados

Qual é a intensidade da corrente em ampères?

Solução

Vamos aplicar a fórmula (1), $I = \frac{E}{R}$, substituindo-a com os valores dados no problema.

$$I = \frac{E}{R}$$

Substituindo os valores dados, teremos:

$$I = \frac{3 \text{ volts}}{15 \text{ ohms}}$$

$$I = 0{,}2 \text{ ampères}$$

Resposta: A intensidade da corrente é de 0,2 ampères.

Exemplo 2

Qual é a resistência de um circuito elétrico para que uma força-eletromotriz de 110 volts produza uma corrente de 10 ampères?

Solução

Vamos seguir a fórmula (3), $R = \frac{E}{I}$, substituindo-a com os valores dados.

$$R = \frac{E}{I}$$

Substituindo os valores dados, teremos:

$$R = \frac{110}{10}$$

$$R = 11 \text{ ohms}$$

Resposta: A resistência do circuito é de 11 ohms.

Exemplo 3

Por um circuito elétrico, cuja resistência é de 8 ohms, passa uma corrente com intensidade de 6 ampères.

Qual é a força-eletromotriz dessa corrente?

Solução

Vamos aplicar a fórmula (2), $E = IR$, substituindo-a com os valores dados.

$$E = IR$$

Substituindo os valores dados, teremos:

$$E = 6 \times 8$$

$$E = 48 \text{ volts}$$

Resposta: A força-eletromotriz dessa corrente é de 48 volts.

Direitos reservados

EXAME

FÓRMULAS
REFERÊNCIA 012

Observações Para o Aluno

- Antes de responder as questões você deverá ter feito um estudo minucioso e completo desta lição.
- Agora, leia cada questão até compreender bem o que se pede.
- Cada questão apresenta várias soluções. Apenas uma solução é correta.
- Em cada questão indique a solução que você julgar correta e, a seguir, transcreva, com atenção, as suas respostas para a Folha de Respostas, anexa.

1. Achar a soma de 8bc, 7bc, bc e 3bc.
   a) 19bc b) 39bc c) 59bc d) 18bc

2. Calcular o valor de "A" na equação seguinte: $A + 8{,}25 \times \frac{4}{100} \times A = 399$
   a) 200,4 b) 124 c) 562 d) 300

3. Efetuar as operações: $6 - 17 - 18 + 37$
   a) 8 b) 11 c) 25 d) 24

4. Efetuar as operações: $-ab + 3ab - 7ab + 16ab$.
   a) $-21ab$ b) 6a c) 9b d) 11ab

5. Dado $a = 7 - 61 + 81$, calcular o valor de "a".
   a) 32 b) 56 c) 27 d) 13

6. Dado $ab = cd$, calcular o valor de "a".
   a) $\frac{ab}{d}$ b) $\frac{cd}{b}$ c) $\frac{ac}{cd}$ d) bcd

7. Achar o valor de "x" na equação: $\frac{3x}{5} + \frac{x}{6} = 23$
   a) $x = 4$ b) $x = 0$ c) $x = 30$ d) $x = 1$

8. Se se juntar 12 ao produto de 10 por um número desconhecido, a soma será igual a 72. Chamando "x" ao número desconhecido, montar a devida equação e determinar o valor do número desconhecido.
   a) $x = 6$ b) $x = 10$ c) $x = 14$ d) $x = 60$

Achar o valor de "x" em cada uma das seguintes equações.

9. $\frac{x-3}{7} + \frac{x+5}{3} - \frac{x+2}{6} = 4$
   a) 8 b) 10 c) 6 d) 7

Direitos reservados

10. $3(4x - 5) + 6 = 1 + 2x$

a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 4$ d) $x = 5$

11. $6(5 - 2x) = 6 - 2(x - 2)$

a) $x = 2$ b) $x = 5$ c) $x = 6$ d) $x = 4$

Resolver as seguintes equações:

12. $\begin{cases} 2y + 3x = 29 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

a) $\begin{matrix} x = 5 \\ y = 7 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} x = 6 \\ y = 8 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} x = 4 \\ y = 6 \end{matrix}$ d) $\begin{matrix} x = 3 \\ y = 2 \end{matrix}$

13. $\begin{cases} 3x + 7y = 33 \\ 2x + 5y = 23 \end{cases}$

a) $\begin{matrix} x = 7 \\ y = 5 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} x = 4 \\ y = 3 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} x = 5 \\ y = 4 \end{matrix}$ d) $\begin{matrix} x = 3 \\ y = 4 \end{matrix}$

14. $\begin{cases} 7x - 6y = 8 \\ 2x + 9y = 13 \end{cases}$

a) $\begin{matrix} x = 2 \\ y = 1 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} x = 7 \\ y = 6 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} x = 9 \\ y = 7 \end{matrix}$ d) $\begin{matrix} x = 6 \\ y = 2 \end{matrix}$

15. $\begin{cases} \dfrac{2x - 1}{2} + \dfrac{3y + 8}{4} = 7 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

a) $\begin{matrix} x = 4 \\ y = 2 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} x = 8 \\ y = 3 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} x = 7 \\ y = 2 \end{matrix}$ d) $\begin{matrix} x = 2 \\ y = 1 \end{matrix}$

16. $\begin{cases} \dfrac{2x + 5}{11} - \dfrac{y - 3}{4} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{5x - 3}{4} + \dfrac{y + 2}{7} = 4 \end{cases}$

a) $\begin{matrix} x = 3 \\ y = 2 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} x = 3 \\ y = 5 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} x = 4 \\ y = 2 \end{matrix}$ d) $\begin{matrix} x = 2 \\ y = 1 \end{matrix}$

17. O comprimento de um campo retangular é 8 metros maior do que a sua largura, e a distância à volta do campo é de 176 metros. Achar as dimensões do campo.

a) 40 x 48 m b) 50 x 60 m c) 48 x 80 m d) 60 x 68 m

18. Um homem andou uma certa distância à razão de 3 quilômetros por hora, ao fim do qual parou durante 15 minutos. Em seguida, regressou num automóvel com uma velocidade de 20 quilômetros por hora. Se o tempo necessário para o percurso todo foi de 4 horas e 51 minutos, qual a distância que o homem andou?

a) 15 quilômetros b) 12 quilômetros c) 3 quilômetros d) 20 quilômetros

Direitos reservados