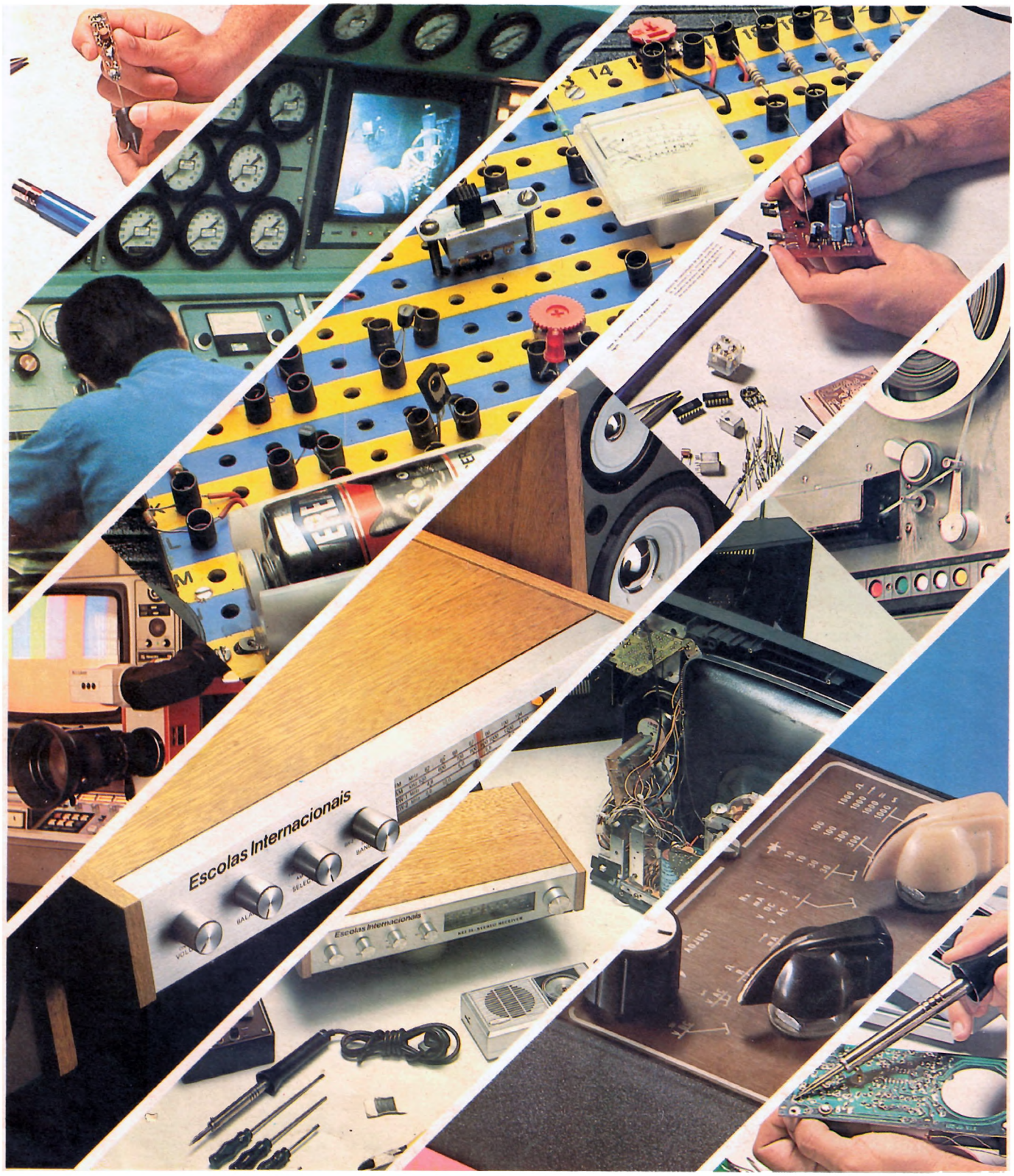
NÚMEROS DECIMAIS



Escolas Internacionais

Referência

010

Conteúdo didático programado e elaborado pela equipe técnico-pedagógica das Escolas Internacionais.

Supervisão geral das equipes técnica e docente de "Methodos Consultoria de Eletrônica Sociedade Civil".

Copyright
International Textbook Company
ICS — International Correspondence Schools
Scranton, Pennsylvania — USA
Copyright
Direitos exclusivos no Brasil para

ESCOLAS INTERNACIONAIS ®
São Paulo, SP — Brasil

Reservados todos os direitos. Proibida a reprodução total ou parcial do texto e das ilustrações por qualquer forma ou meio, sem prévia autorização por escrito dos detentores do copyright. Edições ou reproduções não autorizadas estarão sujeitas às penalidades da Lei.

Impresso no parque gráfico das
Escolas Internacionais do Brasil

Índice Geral

NÚMEROS DECIMAIS

Números Inteiros e Relativos

1. Introdução 7
2. Grandezas suscetíveis de dois sentidos 7
3. Números Inteiros Relativos 7
4. Valor Absoluto ou Módulo 8
5. Igualdade e Simetria de Segmentos Orientados 8
6. Segmentos Orientados 8
7. Igualdade e Simetria de Segmentos Orientados 9
8. Adição de Números Inteiros Relativos 9
9. Regra para se Somar Números Inteiros Relativos 11
10. Soma de 3 ou mais Números Inteiros Relativos 12
11. Regra para a Subtração de Números Inteiros Relativos 12
12. Multiplicação de Números Relativos 13
13. Regra de Sinais para Multiplicação de Números Relativos 14
14. Produto de Diversos Números Relativos 15
15. Divisão de 2 Números Inteiros Relativos 15
16. Produto de uma Soma Algébrica por um Número 15
17. Produto de uma Soma Algébrica por Outra 16
18. Expressões Aritméticas com Números Relativos 17
19. Números Racionais 18

Números Decimais

20. Fração Decimal 19
21. Diferentes Ordens de Unidades Decimais 20
22. Leitura de um Número Decimal 21
23. Modo de Escrever um Número Decimal 22
24. Propriedades dos Números Decimais 23

Operações com Números Decimais

25. Adição 24
26. Subtração 26
27. Multiplicação 27
28. Casos em que um dos Fatores Contém Zeros 28
29. Divisão 29
30. Quociente de Dois Números com um Erro Menor do que uma Unidade Decimal de uma Certa Ordem 30

Redução de Frações

31. Redução de Frações Ordinárias a Números Decimais 32
32. Redução de Números Decimais a Frações Ordinárias 33
33. Redução de um Número Decimal a Fração Ordinária ou Imprópria de Denominador Dado 34
34. Frações Decimais Periódicas 34
35. Tanto por Cento 36
36. Determinação da Porcentagem de um Número Conhecido e o seu Tanto por Cento 36
37. Determinação do Tanto por Cento de um Número e Porcentagem Dados . 37
38. Determinação do Número, sendo dados a Porcentagem e o Tanto por Cento 37
39. Tanto por Um 37
40. Desigualdade 39

Exame 41

Números Inteiros e Relativos

1. Introdução

Para se estudar os números decimais é preciso saber antes o conceito de números inteiros relativos.

Veja o que já estudamos –
"Para se subtrair um número de um outro, o maior deve conter o menor, caso contrário não haveria possibilidade de se executar a subtração".

Mas com os números inteiros relativos, como veremos a seguir, é possível subtrair-se um número maior de um número menor, estabelecendo a posição deste em relação a um ponto de origem.

2. Grandezas Suscetíveis de dois Sentidos

Estas grandezas são aquelas que podem sofrer variação em dois sentidos, conforme você pode observar através dos exemplos mais comuns:

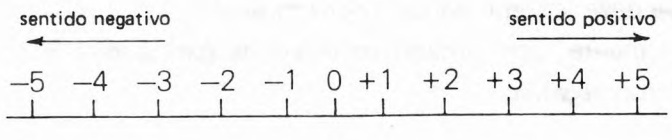
Temperaturas –
Quando medimos as temperaturas pelos termômetros, podemos observar que elas podem apresentar dois sentidos – acima de zero e abaixo de zero.
As medidas acima de zero são positivas e as abaixo de zero são negativas.

Intervalos de Tempo –
Contamos o intervalo de tempo a partir de um instante inicial que é a origem do tempo. Podemos contar a partir deste instante para o futuro, mas também deste instante para o passado. Devemos então, proceder da seguinte forma:
a) para o futuro, o tempo será positivo
b) para o passado, o tempo será negativo

3. Números Inteiros Relativos

Para você entender melhor, vamos representar os números inteiros relativos na reta numerada, como grandezas que variam em duplo sentido.
Veja a seguinte ilustração:

Consideremos uma reta dividida a partir de uma origem 0.



Direitos reservados

O sentido em que se tomam estes números é indicado pelos sinais + ou −, comumente os números que são representados como números positivos são aqueles que têm o sentido da esquerda para a direita a partir do zero, e os negativos o sentido inverso.

Número Positivo é todo número, diferente de zero, precedido do sinal +
Ex.: $+5; +2; +\frac{3}{4}; \quad +2\ \frac{3}{2}$

Número Negativo é todo número, diferente de zero, precedido do sinal −
Ex.: $-5; -1;$

Número Neutro é o número 0 (zero), que não leva sinal.

4. Valor Absoluto ou Módulo

Valor Absoluto ou Módulo de um número inteiro relativo é o número sem o sinal.

Ex.: em *linguagem corrente* se escreve:	e	em *linguagem simbólica* são representados por:
o módulo de $+7 = 7$		$\lvert +7 \rvert = 7$
o módulo de $-3 = 3$		$\lvert -3 \rvert = 3$

5. Igualdade e Simetria dos Números Relativos

Dois números relativos são *iguais* quando têm o mesmo valor absoluto e o mesmo sinal.
Ex.: +5 e +5

E, dois números relativos são ***simétricos*** ou ***opostos*** quando têm o mesmo valor absoluto e sinais contrários.
Ex.: −2 e +2

6. Segmentos Orientados

Todo segmento de reta ao qual se estabelece o sentido em que deve ser percorrido é um segmento orientado.

Ex.: A ⟶ B

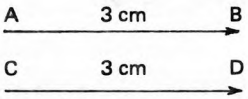
O segmento de reta AB está orientado no sentido de *A* para *B*.
Este é o sentido que foi estabelecido para o mesmo ser percorrido. Assim, o segmento orientado encerra 2 idéias distintas:
1a.) ***extensão*** — que pode ser representado por um número aritmético.
2a.) ***sentido*** — que deve ser representado por um sinal.
O sentido é geralmente representado da esquerda para a direita como ***positivo*** e o sentido inverso como ***negativo.***

Direitos reservados

7. Igualdade e Simetria de Segmentos Orientados

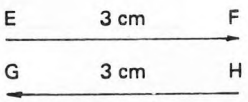
Todos os segmentos orientados que têm a mesma extensão e sentido são iguais.

Conforme você vê ilustrado na figura, os segmentos AB e CD são iguais porque têm a mesma extensão e sentido.



Todos os segmentos orientados que têm a mesma extensão e sentidos contrários são simétricos.

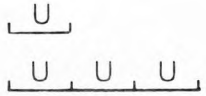
Veja agora, os segmentos EF e GH que são simétricos, pois têm a mesma extensão e sentidos inversos.



A notação do sentido é feita, colocando-se sobre as letras que definem o segmento, uma seta estabelecendo o sentido.

Ex.: $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{EF}$; $\overleftarrow{GH}$

Suponhamos, agora, que você queira saber o comprimento de um segmento orientado. Então, o que tem a fazer é apenas verificar o número de vezes que a unidade está contida nele.

Ex.: 

valor do segmento = 3 unidades

8. Adição de Números Inteiros Relativos

Para se entender melhor a operação da ***Adição*** com os números relativos, podemos imaginar que alguém possa ganhar e perder alguma quantia, conforme você pode acompanhar nos seguintes casos:

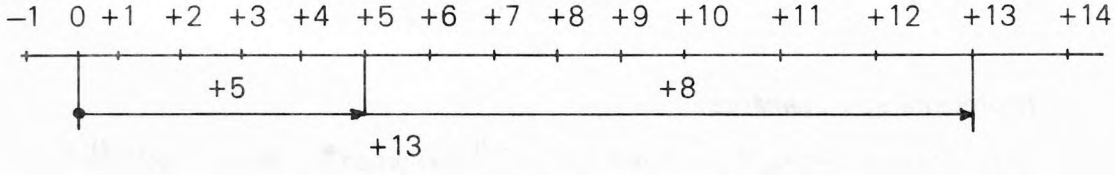
1º Caso – Soma de 2 números positivos

ganha Cr$5 e ganha Cr$8. Total Cr$13.

Representação matemática:

(+5) + (+8) = (+13)

Representação na reta numérica:



Portanto (+5) + (+8) = +13

Direitos reservados

Imagine que um móvel saia do ponto O, siga o sentido do segmento e atinja o ponto +5. Observe bem o sentido do segmento, ele deve ser percorrido do ponto 0 para o ponto +5. Após ter atingido o ponto +5, ele continua até o ponto +13 percorrendo 8 unidades, devido ao valor do segmento (+8). Portanto, isto tudo representa a soma dos dois segmentos que valem respectivamente +5 e +8.

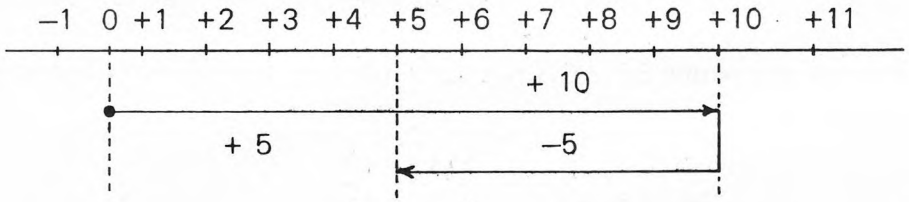
2º Caso – Soma de um número positivo com um número negativo

ganha Cr$10 e perde Cr$5. Total Cr$5.

Representação matemática:

(+10) + (–5) = (+5)

Representação na reta numérica:



O móvel sai do ponto 0 e vai até o ponto +10 no sentido positivo. Após sair do ponto +10 ele se dirige no sentido negativo (extensão de –5) até o ponto +5.
Portanto, (+10) + (–5) = (+5)

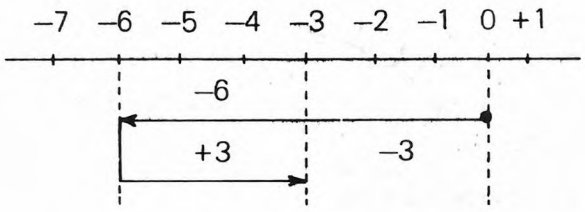
3º Caso – Soma de um número negativo com um número positivo

deve Cr$6 e ganha Cr$3. Total= Cr$3.

Representação matemática:

(–6) + (+3) = (–3)

Representação na reta numérica:



O móvel sai do ponto 0 indo até o ponto –6; saindo do ponto –6 segue na direção positiva 3 unidades e pára no ponto –3.
Portanto: (–6) + (+3) = –3

4º Caso – Soma de 2 números negativos

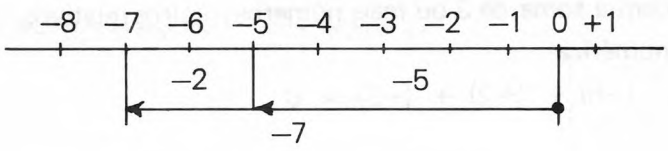
deve Cr$5 e deve Cr$2. Total da dívida Cr$7.

Representação matemática:

(–5) + (–2) = (–7)

Direitos reservados

Representação numérica:



O móvel sai do ponto 0 dirigindo-se no sentido negativo 5 unidades até o ponto –5. Sai do ponto –5 e continua dirigindo-se no sentido negativo 2 unidades, parando no ponto –7.

Portanto, (–5) + (–2) = (–7)

9. Regra para se somar números inteiros relativos

Com todas as explicações dadas acima, você pode ver que a operação da Adição pode ser simplificada seguindo-se uma regra simples:

a) Para se somar dois números relativos de mesmo sinal, basta somar os valores absolutos e dar ao resultado o mesmo sinal.

b) Para se somar dois números relativos de sinais contrários, basta determinar a diferença entre os valores absolutos e, dar ao resultado o sinal do número que tem o maior valor absoluto.

Exemplificando

Sinais iguais	(+6)	+	(+5)	=	6	+	5	= +11
	(–8)	+	(–5)	=	–(8 + 5)			= –13
Sinais contrários	(–5)	+	(+3)	=	–(5 –3)			= –2
	(+4)	+	(–3)	=	+(4 –3)			= +1
	(–2)	+	(+5)	=	+(5 –2)			= +3
	(+4)	+	(–8)	=	–(8 –4)			= –4

Observação:

A soma de dois números simétricos ou opostos é sempre igual a zero.

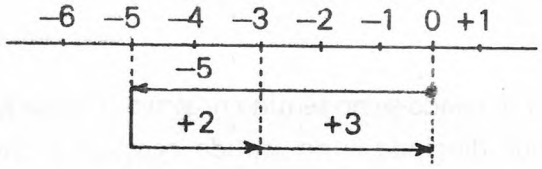
Ex.: (+6) + (–6) = 0

Preste atenção também, que o zero não leva sinal, pois é um número neutro.

10. Soma de 3 ou mais Números Inteiros Relativos

Para se entender bem a soma de 3 ou mais números inteiros relativos, vamos considerar novamente a reta numérica.

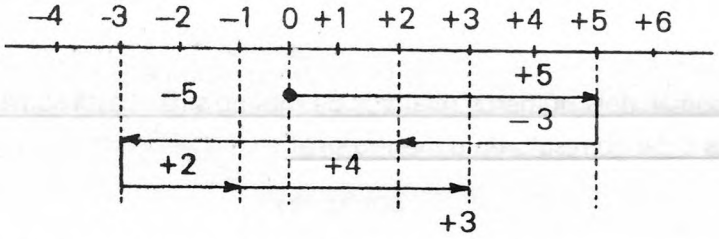
Veja por exemplo: $(-5) + (+2) + (+3) = 0$



O móvel sai do ponto zero e dirige-se no sentido negativo para o ponto –5, percorrendo 5 unidades. Logo após sai do ponto –5 e segue no sentido positivo 2 unidades parando no ponto –3. Sai do ponto –3 e dirige-se no sentido positivo para o ponto 0, percorrendo 3 unidades.

Veja agora um exemplo com a soma de cinco números inteiros:

$$(+5) + (-3) + (-5) + (+2) + (+4) = +3$$



O móvel sai do ponto zero e dirige-se no sentido positivo para o ponto +5, percorrendo 5 unidades. Em seguida, sai do ponto +5 e segue no sentido negativo 3 unidades parando no ponto +2. Sai do ponto +2 e dirige-se no sentido negativo 5 unidades parando no ponto –3. Sai do ponto –3 e dirige-se no sentido positivo 2 unidades parando no ponto –1. Sai do ponto –1 e dirige-se no sentido positivo 4 unidades parando no ponto +3.

Neste exemplo, sempre podemos associar duas parcelas efetuando-se a sua adição e fazendo a seguir, a adição desse resultado com a outra parcela, e assim sucessivamente. Mas na prática, a soma pode ser obtida calculando-se, separadamente, a soma de todas as parcelas positivas e de todas as parcelas negativas, e adicionando-se os resultados obtidos.

Veja como faríamos com o exemplo anterior:

$(+5) + (-3) + (-5) + (+2) + (+4) =$

Em primeiro lugar vamos somar todas as parcelas positivas.

Assim: $(+5 +2 +4) = +11$

Em seguida somamos as parcelas negativas.

Assim: $(-3 -5) = -8$

Finalmente, adicionamos os resultados obtidos.

Assim: $(+11) + (-8) = +3$

11. Regra para a Subtração de Números Inteiros Relativos

"Para se efetuar a subtração de um número relativo de outro, basta somar ao primeiro o segundo, com o sinal oposto".

Para entender melhor esta regra daremos os seguintes exemplos:

Exemplo I $(+6) - (+5) =$

Seguindo a regra devemos somar ao número (+6) o número (+5), trocando o seu sinal + para o oposto que é −.

ficando então $(+6) + (-5) = +1$

Exemplo II $(-5) - (+3) =$

Seguindo a regra somaremos (−5) com o número oposto de (+3) ficando então:

$(-5) + (-3) = -8$

Exemplo III $(+6) - (-2) =$

$(+6) + (+2) = +8$

Exemplo IV $(-8) - (-3) =$

$(-8) + (+3) = -5$

12. Multiplicação de Números Relativos

Vamos inicialmente recorrer ao mesmo sistema de explicação que usamos na soma. Mas antes, lembre-se que a multiplicação é uma série de somas.

Observe que 3×5 ou 3 vezes 5

equivale $5 + 5 + 5 = 15 = 3 \times 5$

Mas como a ordem dos fatores não altera o produto,

temos 5×3 ou 5 vezes 3

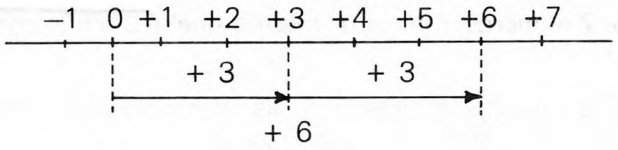
equivale $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 = 5 \times 3$

Bem, agora vamos demonstrar a multiplicação também em 4 casos.

1.º Caso – Multiplicação de 2 números positivos

$(+2) \times (+3) = (+6)$,

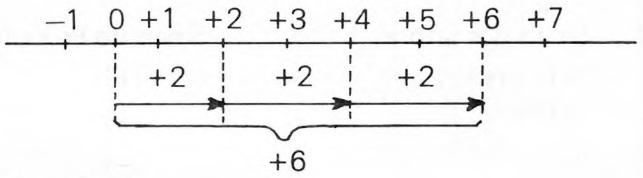
pois equivale a $(+3) + (+3) = (+6)$



ou, poderemos demonstrar também assim:

$(+3) \times (+2) = (+6)$,

pois equivale a $(+2) + (+2) + (+2) = (+6)$

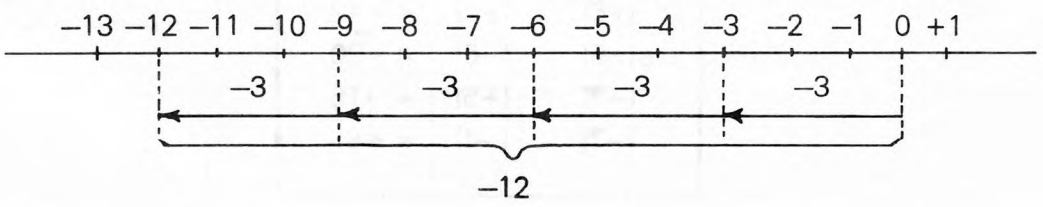


portanto: $(+2) \times (+3) = (+6)$

2.º Caso – Multiplicação de um número negativo por um positivo

$(-3) \times (+4) = (-12)$,

pois equivale a: $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = (-12)$

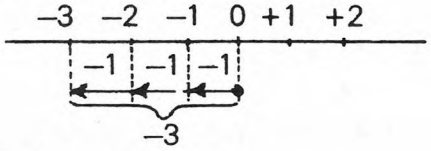


Direitos reservados

3º. Caso – Multiplicação de um número positivo por um negativo

(+3) x (–1) = (–3) ,

pois equivale a: (–1) + (–1) + (–1) = (–3)

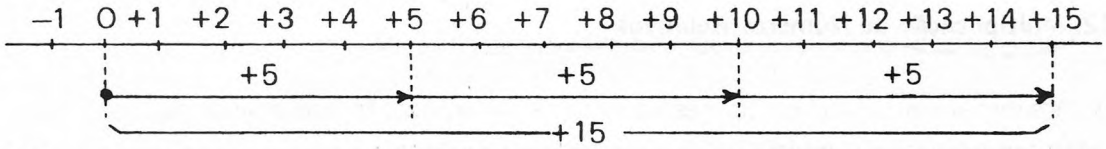


4º. Caso – Multiplicação de 2 números negativos

(–3) x (–5) = (+15)

Já sabemos que o sentido de (–5) é do zero para a esquerda, ou seja sentido negativo. Mas, como (–3) indica o inverso do sentido indicado anteriormente pelo (–5), temos então o sentido positivo. Pois o inverso do sentido negativo é o positivo.

Temos portanto: (–3) x (–5) = (+15)



Observe bem que o sentido é positivo, pois se a multiplicação fosse (+3) x (–5), teríamos 3 vezes a quantidade (–5) = (–15). Mas como se trata de (–3) x (–5), temos portanto o inverso de (–15) que é (+15).

13. Regra de Sinais para Multiplicação de Números Relativos

"Para se multiplicar dois números relativos, multiplicam-se os valores absolutos, dando ao produto o sinal positivo se os fatores tiverem o mesmo sinal, e o sinal negativo se os fatores tiverem sinais contrários."

Resumindo:

O produto de 2 números inteiros de mesmo sinal é um número positivo

e

O produto de 2 números inteiros de sinais diferentes é um número negativo.

Veja a ilustração da técnica de sinais:

Sinais dos fatores		Sinais do Produto
(+) . (+)	=	(+)
(–) . (–)	=	(+)
(+) . (–)	=	(–)
(–) . (+)	=	(–)

Exemplos:

(+6) . (+7) = +42
(+5) . (–6) = –30
(–3) . (+5) = –15
(–2) . (–4) = +8

Direitos reservados

14. Produto de Diversos Números Relativos

$$(-5) \times (-2) \times (+2) =$$

Neste caso, você deve multiplicar os fatores sucessivamente. Isto é, multiplicar o primeiro pelo segundo, e em seguida, multiplicar o resultado obtido pelo terceiro fator. O quarto fator deverá ser multiplicado pelo resultado anterior, e assim sucessivamente até que todos os fatores tenham sido multiplicados.

Exemplificando:

$(-5) \times (-2) = +10$

$(+10) \times (+2) = +20$

Veja outro exemplo:

$(-7) \times (+5) \times (-3) \times (+10) \times (-2) =$

$(-7) \times (+5) = -35$

$(-35) \times (-3) = +105$

$(+105) \times (+10) = +1050$

$(+1050) \times (-2) = -2100$

15. Divisão de 2 Números Inteiros Relativos

Regra:

"Para se dividir dois números relativos, dividem-se os valores absolutos, dando ao quociente o sinal positivo se os dois tiverem o mesmo sinal, e dando sinal negativo se os dois tiverem sinais contrários".

Resumindo:

O quociente de 2 números inteiros de mesmo sinal é positivo

e

o quociente de 2 números inteiros de sinais diferentes é negativo.

Observe que a técnica de sinais da divisão é a mesma da multiplicação.

Ex.: $(+16) \div (-8) = (-2)$ $\quad (+8) \div (+4) = (+2)$

$(-10) \div (+2) = (-5)$ $\quad (-6) \div (-3) = (+2)$

16. Produto de uma Soma Algébrica por um Número

$$(+2 - 3 + 4 - 5) \times (+5) = -10$$

Neste caso você poderá resolver de duas maneiras:

a) deverá multiplicar cada termo da soma pelo número e em seguida somar os produtos obtidos.

Direitos reservados

Exemplificando:

$(+2 - 3 + 4 - 5) \times (+5) = 10 - 15 + 20 - 25 = -10$

b) deverá efetuar a soma algébrica e em seguida multiplicá-la pelo número.

Exemplificando:

$(+2 - 3 + 4 - 5) \times (+5) = (-2) \times (+5) = -10$

17. Produto de uma Soma Algébrica por Outra

$$(+2 - 3 + 4 - 5) \times (3 + 2)$$

Neste caso você também poderá resolver de dois modos:

a) deverá multiplicar cada termo da primeira soma por todos os da segunda, e em seguida somar todos os produtos obtidos.

$$\underbrace{(+2-3+4-5)}_{m} \times \underbrace{(3+2)}_{n} = \underbrace{6+4-9-6+12+8-15-10=-10}_{\text{produtos}}$$

Demonstrando:

(+2)	x	(+3)	=	+6
↓		↓		↓
1.° termo da soma m		1.° termo da soma n		1.° termo dos produtos
(+2)	x	(+2)	=	+4
↓		↓		↓
1.° termo da soma m		2.° termo da soma n		2.° termo dos produtos
(−3)	x	(+3)	=	−9
↓		↓		↓
2.° termo da soma m		1.° termo da soma n		3.° termo dos produtos
(−3)	x	(+2)	=	−6
↓		↓		↓
2.° termo da soma m		2.° termo da soma n		4.° termo dos produtos
(+4)	x	(+3)	=	+12
↓		↓		↓
3.° termo da soma m		1.° termo da soma n		5.° termo dos produtos
(+4)	x	(+2)	=	+8
↓		↓		↓
3.° termo da soma m		2.° termo da soma n		6.° termo dos produtos
(−5)	x	(+3)	=	−15
↓		↓		↓
4.° termo da soma m		1.° termo da soma n		7.° termo dos produtos

Direitos reservados

(–5)	x	(+2)	=	–10
↓		↓		↓
4.° termo da soma m		2.° termo da soma n		8.° termo dos produtos

Somando os produtos
6 + 4 – 9 – 6 + 12 + 8 – 15 – 10 = –10 (Resp.)

b) Efetua-se as somas e multiplica-se os resultados.

(+2 – 3 + 4 – 5) x (3 + 2) =
(–2) x (+5) =
–10

18. Expressões Aritméticas com Números Relativos

As expressões aritméticas geralmente apresentam parênteses, colchetes, chaves e barras. E para resolvê-las basta efetuar as operações na seguinte ordem:

1.°) as indicadas entre os parênteses ( );
2.°) as indicadas entre os colchetes [ ];
3.°) as indicadas entre as chaves { }, e por último as barras se houver.

Portanto, eliminamos primeiro os parênteses, depois os colchetes, e por fim as chaves. Barras se houver, no final.

Também as operações devem ser efetuadas numa certa ordem:

1.°) as multiplicações e divisões na ordem em que aparecem;
2.°) as adições e subtrações, também na ordem em que aparecem.

Observe também os sinais que antecedem os parênteses, colchetes, etc... da seguinte forma:

a) Sinal positivo +
conservar os sinais internos ⟶ ex.: +(–7 + 4) = –7 + 4

b) Sinal negativo –
trocar os sinais internos ⟶ ex.: –(–7 + 4) = +7 – 4

Veja os exemplos:

a) Sinais positivos antes dos parênteses e colchetes

Exemplo 1
+ 3 + (5 + 2) =
+ 3 + 5 + 2 = 10

Exemplo 2
+ 3 + 2 [5 + 2 (5 + 3) + 2 (8 – 6)] =
+ 3 + 2 [5 + 2 (+8) + 2 (+2)] =
+ 3 + 2 [5 + 16 + 4] =
+ 3 + 2 [+25] =
+ 3 + 50 = 53

Exemplo 3
+ 4 + [5 + 2 (8 +2)] =
+ 4 + [5 + 2 (+10)] =
+ 4 + [5 + 20] =
+ 4 + 25 = 29

Direitos reservados

b) Sinais negativos antes dos parênteses e colchetes

Exemplo 1

$+ 3 - (5 + 2) =$

$= + 3 - 5 - 2 = -4$

Exemplo 2

$+ 3 - 2 [5 + 2 (5 + 3) - 7 (8 + 2)] =$

$+ 3 - 2 [5 + (2 \times 8) - (7 \times 10)] =$

$+ 3 - 2 [5 + 16 - 70] =$

$+ 3 - 2 [21 - 70] =$

$+ 3 - 2 \times (-49) =$

$+ 3 + 98 = + 101$

Exemplo 3

$+ 4 - [5 + 2 (8 + 2)] =$

$+ 4 - [5 + (2 \times 10)] =$

$+ 4 - [5 + 20] =$

$+ 4 - 25 = - 21$

19. Números Racionais

Para melhor compreensão vamos considerar os seguintes números compreendidos entre 1 e 2.

números decimais ordinários;

1 1,1 1,2 1,21 1,3 1,35 1,36 1,40 1,5 2

e

números fracionários:

$1 \quad 1\frac{1}{10} \quad 1\frac{1}{8} \quad 1\frac{1}{6} \quad 1\frac{1}{4} \quad 1\frac{1}{2} \quad 1\frac{3}{4} \quad 2$

Portanto, como você pode observar, entre 1 e 2 existem infinitos valores, e o conjunto dos números racionais engloba os números fracionários e decimais fracionários.

O conjunto dos números racionais é bem mais amplo que o conjunto dos números inteiros, apesar de ambos serem constituidos de infinitos números.

Então, vamos recapitular os conjuntos que você já conhece:

Números Naturais:

$N = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... \}$

Números Inteiros Relativos:

$Z = \{ ..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ... \}$

Números Racionais Relativos:

$Q = \{ ..., -3, ..., -\frac{5}{2}, ..., -\frac{1}{2}, ..., 0, ..., +\frac{1}{2}, ..., +3, ... \}$

Daí, podemos fazer as seguintes considerações:

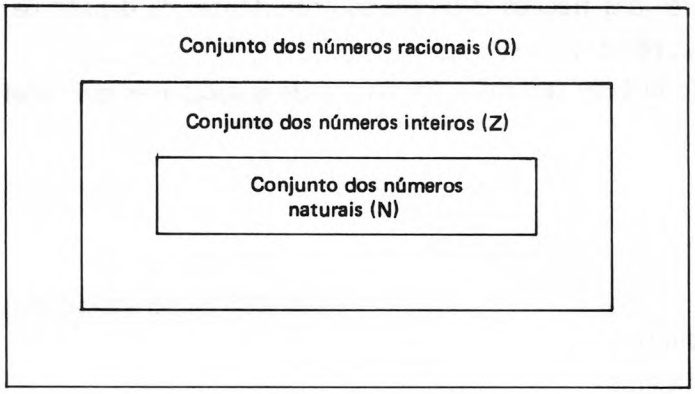
O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros.

O conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais relativos.

Direitos reservados

Exemplificando:

$N \subset Z \subset Q$



Números Decimais

20. Fração Decimal

Recapitule tudo o que você viu sobre fração ordinária.

Você sabe que a fração $\frac{3}{8}$ se compõe de 3 partes obtidas da divisão da unidade em 8 partes iguais.

Veja agora o que acontece com as frações decimais.

A unidade é sempre dividida em 10, 100, 1 000 ou num número qualquer, expresso em unidades mas sempre seguido de zeros. Estas partes chamamos de décimos, centésimos, milésimos, etc...

Fração Decimal

Fração Decimal é então toda fração cujo denominador é formado pela unidade sempre seguida de zeros.

Exemplificando:

$\frac{7}{10}$ (sete décimos) $\frac{4829}{100}$ (quatro mil, oitocentos e vinte e nove centésimos)

Conclusão:

Daí, pode-se observar que as frações decimais nada mais são do que uma modalidade das frações ordinárias.

21. Diferentes Ordens de Unidades Decimais

Os denominadores das frações decimais são resultantes da divisão da unidade em 10, 100, 1 000, etc..., partes iguais.
Estas partes, ou unidades decimais, formam ordens sucessivas que recebem os seguintes nomes:

1) décimos
2) centésimos
3) milésimos
4) décimos milésimos
5) centésimos milésimos
6) milionésimos
7) décimos milionésimos
8) centésimos milionésimos
9) milésimos milionésimos, etc.

E assim continuaríamos indefinidamente empregando denominações iguais às dos números inteiros, variando unicamente a terminação que, nestas unidades, é sempre "-ésimos".
Note que cada uma destas unidades decimais é dez vezes maior do que a unidade seguinte, assim, um centésimo é dez vezes maior do que um milésimo, e um centésimo milésimo é dez vezes maior do que um milionésimo.

Forma prática da fração decimal: número decimal

Você acabou de ver que: uma unidade é igual a dez décimos;
um décimo = a dez centésimos
um centésimo = a dez milésimos
Números inteiros: uma dezena = a dez unidades
uma centena = a dez dezenas
e assim por diante.

Resultado:
Se num número entram todas essas classes de unidades, tanto inteiras com decimais, podemos representá-las, aplicando o mesmo sistema seguido para os números inteiros que tem por base o princípio:

> "Todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades dez vezes maiores".

Segundo este princípio, poderemos representar sem dificuldade, qualquer número composto, como por exemplo:
7 centenas, 4 dezenas, 8 unidades, 5 décimos e 3 centésimos = 748,53 (forma inteira).
Bastará apenas, escrever os seus algarismos, um após o outro, e colocar uma vírgula entre as unidades e os décimos.

Direitos reservados

Observe este outro exemplo:
Um número composto de 7 décimos e 9 milésimos, será escrito assim: 0,709

Bastará apenas colocar um zero no lugar das unidades simples e outro no lugar dos centésimos, pela falta de unidades dessas ordens.

Depois disto, podemos dar uma forma mais prática à fração decimal:

Vamos considerar a fração $\frac{4\,829}{100}$ que poderá ser decomposta na soma das seguintes frações: $\frac{4\,000}{100} + \frac{800}{100} + \frac{20}{100} + \frac{9}{100}$, simplificando os fatores comuns:

$$\frac{4\,000}{100} + \frac{800}{100} + \frac{20}{100} + \frac{9}{100}$$

teremos como resultado:

$$40 + 8 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100}$$

que será igual a $\frac{4\,829}{100}$ que tem:
4 dezenas + 8 unidades + 2 décimos + 9 centésimos,
que será escrito desta forma = 48,29 (equivalente à fração proposta). Note que este número será chamado número decimal ou apenas decimal, e compõe-se de uma parte inteira ***48*** e outra decimal ***29.***

Os algarismos escritos depois da vírgula chamam-se algarismos decimais (2 e 9).

Veja:
Escrever o número decimal correspondente a $\frac{527}{100\,000}$

Solução: $\frac{527}{100\,000} = \frac{500}{100\,000} + \frac{20}{100\,000} + \frac{7}{100\,000} = \frac{5}{1\,000} + \frac{2}{10\,000} + \frac{7}{100\,000} = 0{,}00527$

22. Leitura de um Número Decimal

Para se ler um número decimal, começamos sempre pela parte inteira, se houver, e em seguida pela parte decimal, da qual poderia ser enunciado cada algarismo decimal seguido da denominação correspondente.
Assim, o número decimal 78,437 pode ser lido como:
78 unidades, 4 décimos, 3 centésimos e 7 milésimos.

Na prática sempre aplicamos a seguinte regra:
"Para ler um número decimal, lê-se primeiro a parte inteira como se estivesse só, e depois a parte decimal, como se fosse inteira, seguida do nome das unidades decimais do último algarismo da direita."

Observe novamente como seria lido o exemplo anterior:
78,437 – setenta e oito unidades, quatrocentos e trinta e sete milésimos.

Outros exemplos.

7008,4075 — sete mil e oito unidades, quatro mil e setenta e cinco décimos milésimos.
0,000001 — um milionésimo.
Observação — Neste último exemplo, em que falta a parte inteira, podemos deixar de mencioná-la e simplesmente dizermos um milionésimo.

23. Modo de Escrever um Número Decimal

Vamos escrever então, o número sete mil e oitenta e três unidades, quatrocentos e cinco centésimos milésimos.
A parte inteira será escrita sem dificuldades — 7 083.
As quatrocentas e cinco unidades decimais, também — 405
Se escrevessemos as 405 unidades decimais logo após a parte inteira, separando-as por uma vírgula, teríamos o número: 7 083,405. Observe que não está escrito corretamente o número, pois as 405 unidades decimais estão representando milésimos, quando na verdade devem representar centésimos milésimos, que é a ordem expressa pelo último algarismo, que neste caso é 5.
E como devem exprimir centésimos milésimos, que ficam duas casas mais à direita do que os milésimos, colocaremos dois zeros entre a vírgula e os décimos, de modo que cada algarismo fique deslocado duas casas para a direita. O 5 deverá exprimir as unidades da ordem desejada.
O número será então escrito assim: 7 083,00405.

Observe agora, esta regra

"Para se escrever na forma inteira um número decimal, escreve-se primeiro a parte inteira; e em seguida coloca-se uma vírgula à sua direita e depois a parte decimal como se fosse um número inteiro, colocando-se entre a vírgula e o primeiro algarismo decimal tantos zeros quantos forem necessários para que o último algarismo da direita indique as unidades decimais".

Exemplos

escrever o número quatro mil e cinco unidades, vinte e sete mil e oitenta e três milionésimos.
solução: 4 005,027083
Observe que foi colocado um zero antes de 27 083, para que o três indique milionésimos.
escrever o número decimal: quatro mil unidades, sete mil e um centésimos milésimos.
solução: 4 000,07001.

24. Propriedades dos Números Decimais

I – Um número decimal representa o mesmo número quando se colocam ou se retiram zeros à direita de sua parte decimal.

Observe o exemplo:

487,5063 = 487,506300

Assim, acrescentando dois zeros à parte decimal, 5 063 do número, ela se torna cem vezes maior, isto é, 506 300, mas neste caso esta parte representa milionésimos que são partes cem vezes menores. Desta forma, a parte inteira não ficará alterada, continuando a valer 487 unidades como antes.

II – Ao multiplicar um numeral decimal por 10, 100, 1 000, etc..., a vírgula se desloca uma, duas, três, etc... casas decimais para a direita.

Observe o exemplo:

487,5063 x 100 = 48 750,63

487,5063 x 1 000 = 487 506,3

III – Ao se dividir um numeral decimal por 10, 100, 1 000, etc..., a vírgula se desloca uma, duas, três, etc... casas decimais para a esquerda.

Observe o exemplo:

487,5063 ÷ 10 = 48,75063

487,5063 ÷ 1 000 = 0,4875063

EXERCÍCIOS

1. Ler os seguintes números decimais:
   a) 0,00707
   b) 47,09
   c) 0,905001
   d) 25,009

   Resp.: a) setecentos e sete centésimos milésimos.
   b) quarenta e sete unidades e nove centésimos.
   c) novecentos e cinco mil e um milionésimos.
   d) vince e cinco unidades e nove milésimos.

2. Escrever os seguintes números decimais:
   a) Oitenta unidades e noventa e sete centésimos
   b) Cinco unidades e dezessete milésimos
   c) Quarenta e dois mil e cinco centésimos milésimos
   d) Novecentos e seis mil e quarenta e dois milionésimos

   Resp.: a) 80,97
   b) 5,017
   c) 0,42005
   d) 0,906042

Operações com Números Decimais

25. Adição

O processo de somar números decimais é semelhante ao dos números inteiros. Colocam-se os numerais decimais uns sob os outros, de modo que as vírgulas fiquem uma abaixo da outra, para que as colunas da adição fiquem:

inteiro com inteiro;
décimos com décimos;
centésimos com centésimos, e assim por diante.

Exemplificando:

242,050
0,360
118,725
1,005
6,050
100,100
Total 468,290

Observe que na soma dos decimais são as vírgulas que se correspondem. E para evitar confusão, você pode acertar as casas decimais colocando zeros à direita da parte decimal.
Assim, veja o exemplo acima como ficaria:

242,050
0,360
118,725
1,005
6,050
100,100
Total 468,290

Verifique agora, a solução deste problema:
— Um fio de arame foi cortado em 8 pedaços, medindo cada um respectivamente 1,25 m; 4,312 m; 2,305 m; 7,6 m; 10, 437 m; 5,562 m; 0,875 m e 3, 062 m. Qual era o comprimento do fio?
Solução — O comprimento do fio é igual à soma dos comprimentos dos pedaços em que foi dividido; logo, ordenando os números que indicam esses comprimentos, para se proceder à soma, teremos:

1,25
4,312
2,305
7,6
10,437
5,562
0,875
3,062

Soma 35,403

O comprimento do fio era de 35,403 m.

EXERCÍCIOS

1. Achar a soma de:
   a) 0,2143; 0,105; 2,3042 e 1,1417
   b) 783,5; 21,473; 0,2101 e 0,7816
   c) 21,781; 138,72; 41,8738; 0,72 e 1,413
   d) 0,3274; 104,15; 21,417 e 100,042

   Resp.: a) 3,7652; b) 805,9647; c) 204,5078; d) 225,9364

2. Os diversos pesos de uma máquina são 3 626; 3 564,5; 270,34; 1 089,4; 236,07; 120,25; 34,75 e 350,6 kg. Qual é o peso total da máquina?

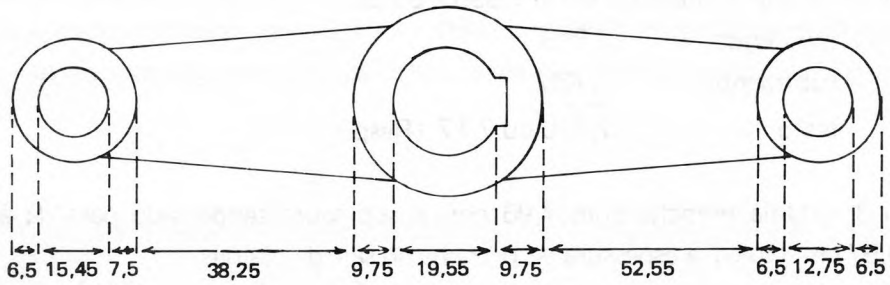
   Resp.: 9 291,91 kg.

3. Compraram-se vários artigos cujos preços são: $ 41,50; $ 56,00; $ 8,25; $ 4,20; $ 43,75 e $ 225,00. Quanto se gastou?

   Resp.: $ 378,70.

4. A Fig. 1 representa uma alavanca dupla vista de frente, com as dimensões parciais indicadas. Qual será o comprimento total da alavanca?

   Resp.: 185,05 mm.



Medidas em milímetros

Fig. 1

5. Tem-se 4 lâmpadas elétricas ligadas num mesmo circuito, as quais precisam respectivamente de correntes de: 1 ampère; 0,5 ampère; 0,3 ampère e 0,25 ampère. Qual será a intensidade da corrente necessária para as quatro lâmpadas?

   Resp.: 2,05 ampères

   (Nota – O ampère é a unidade empregada para medir a corrente elétrica).

6. Ao queimar-se uma amostra de carvão para experimentar a sua qualidade, verificou-se que continha: 5,79 kg de cinza; 0,597 kg de enxôfre e 93,613 kg de carbono. Qual era o peso do carvão empregado?

   Resp.: 100 kg.

7. A largura interna de uma caixa quadrada de aço é 6,065 cm, e a espessura das paredes, 0,280 cm. Qual é a largura externa da caixa?

   Resp.: 6,625 cm.

   (Nota – Neste caso é preciso considerar a espessura das duas paredes da caixa).

Direitos reservados

8. Durante uma semana um vapor aportou em quatro portos, necessitando para chegar a cada um deles, de percorrer 84,75; 37,82; 35,65 e 39,62 milhas marítimas, respectivamente. Qual é a distância percorrida pelo vapor na referida semana?

Resp.: 197,84 milhas marítimas.

9. Um lavrador possui três herdades; uma de 10,5 hectares, outra de 8,75 hectares e a terceira de 30,25 hectares. De quantos hectares dispõe ao todo?

Resp.: 49,5 hectares.

10. Um terreno está dividido em quatro lotes de 157,689; 87,307; 23,5 e 396 m^2, respectivamente. Qual é a superfície do terreno?

Resp.: 664,496 m^2.

26. Subtração

Para se subtrair os números decimais colocam-se os numerais uns sob os outros, como na soma, de modo que as vírgulas fiquem uma abaixo da outra. A seguir, você efetua a subtração. Pode acontecer que no minuendo tenha menos algarismos que no subtraendo, então neste caso bastará acrescentar à direita dele tantos zeros quantos forem necessários para que venha a ter o mesmo número de algarismos decimais do subtraendo.
Observe a subtração destes números decimais:
Exemplo 1 — Subtrair 0,132 de 0,3063.

Solução —		
	minuendo	0,3063
	subtraendo	0,132
	resto	0,1743 (Resp.)

Exemplo 2 — Achar a diferença entre 7,895 e 0,725.

Solução —		
	minuendo	7,895
	subtraendo	0,725
	resto	7,170 ou 7,17 (Resp.)

Exemplo 3 — Uma prancha com 7,96 cm de espessura tendo sido passada à plaina perdeu 0,97 cm. Qual é a espessura da prancha ao sair da plaina?
Solução — A espessura da prancha depois de aplainada será igual à diferença entre 7,96 e 0,97 cm.

minuendo	7,96
subtraendo	0,97
resto	6,99

Resp.: A espessura da prancha é de 6,99 cm.

EXERCÍCIOS

1. Subtrair:
   a) 235,0004 de 407,385
   b) 13,6817 de 1 368,17
   c) 0,6304 de 630,630
   d) 0,00001 de 1,000014

Resp.: a) 172,3846; b) 1 354,4883; c) 629,9996; d) 1,000004

2. Num barril, cuja capacidade é de 326,5 litros, despejam-se 178,625 litros de vinho. Quantos litros de vinho ainda ficaram no barril?

Resp.: 147,875 litros.

Direitos reservados

3. Uma lâmina de aço de 2,968 mm de espessura fica reduzida a 2,398 mm ao ser afiada no torno. Qual é a espessura do material cortado?

Resp.: 0,57 mm.

4. De uma barra de 29,25 cm de comprimento corta-se um pedaço de 2,62 cm. Qual é o comprimento da barra que fica?

Resp.: 26,63 cm.

5. Numa cisterna que tem 578,5 litros de capacidade deitam-se 225,27 litros. Quantos litros poderão ainda deitar-se para enchê-la?

Resp.: 353,23 litros.

6. Um negociante tem em conta corrente no banco Cr$ 127 739,82 e retirou dois cheques no valor de Cr$ 1 123,40 e Cr$ 624,85. Que quantia lhe resta no banco?

Resp.: Cr$ 125 991,57.

7. Na fabricação de uma bandeja de prata, cujo peso é de 2,575 kg empregaram-se 0,587 kg de cobre. Qual é o peso total da prata empregada?

Resp.: 1,988 kg.

8. Uma libra inglesa tem 373,09 gramas e a espanhola 460,14 gramas. Quantos gramas tem a espanhola mais do que a inglesa?

Resp.: 87,05 gramas.

9. Qual é a altura de um pára-raios acima do telhado, se o seu comprimento do solo até a ponta for de 18,73 m e do solo até ao telhado de 14,92 m?

Resp.: 3,81 m.

10. Ao experimentar uma amostra de carvão coque que pesava 46 kg verificou-se que continha 2,66 kg de cinza e 0,270 kg de enxofre. O resto era carbono. Que quantidade de carbono continha a amostra?

Resp.: 43,07 kg.

27. Multiplicação

Para a multiplicação colocamos os números decimais um sob o outro, como se fossem números inteiros. Efetuamos a multiplicação como se o multiplicando e o multiplicador fossem de fato inteiros. No produto resultante, damos ao resultado tantas decimais quantas forem as "casas" (ou ordens) do multiplicando acrescentadas às casas decimais do multiplicador.

Observe melhor pelos exemplos resolvidos:

Exemplo 1 — Multiplicar 0,825 por 13

Solução — multiplicando 0,825
multiplicador 13
2475
825
Produto 10,725 (Resp.)

Neste exemplo, há três algarismos decimais no multiplicando e nenhum no multiplicador; por conseguinte, separam-se os três primeiros algarismos da direita do produto.

Exemplo 2 — Achar o produto de 426 por 0,005.

Solução — multiplicando 426
multiplicador 0,005
Produto 2,130 ou 2,13 (Resp.)

Como neste caso há três algarismos decimais no multiplicador e nenhum no multiplicando , separam-se três decimais no produto.

Exemplo 3 — Multiplicar 1,205 por 1,15.

Solução — multiplicando 1,205
multiplicador 1,15
6025
1205
1205
Produto 1,38575 (Resp.)

Neste exemplo há três decimais no multiplicando e dois no multiplicador; por conseguinte, separam-se cinco decimais no produto.

28. Caso em que um dos Fatores Contém Zeros

O processo da multiplicação é o mesmo, bastando apenas tomar como multiplicador o fator que contém zeros. A única coisa que se deve observar, é que o algarismo da direita de cada produto parcial fique abaixo do algarismo significativo do multiplicador que o produzir.

Observe melhor pelos exemplos resolvidos:

Exemplo 1 — Multiplicar 0,232 por 0,001.

Solução — Multiplica-se o multiplicando pelo algarismo 1, único algarismo significativo do multiplicador, obtendo-se 232 como produto. O total de algarismos decimais no multiplicando e no multiplicador sendo seis, é necessário separar seis algarismos no produto; mas como este só tem três, antepõem-se três zeros a fim de obter o número de algarismos decimais precisos:

multiplicando 0,232
multiplicador 0,001
Produto 0,000232 (Resp.)

Exemplo 2 — Multiplicar 0,232 por 0,003.

Solução — multiplicando 0,232
multiplicador 0,003
0,000696 (Resp.)

Neste exemplo multiplica-se o multiplicando pelo algarismo significativo do multiplicador, e ao produto 696, antepõem-se 3 zeros para poder separar 6 decimais.

EXERCÍCIOS

1. **Efetuar as seguintes multiplicações:**
   a) 0,000492 x 4,1418
   b) 4003,2 x 1,2
   c) 78,6531 x 1,03
   d) 0,3685 x 0,042

   Resp.: a) 0,0020377656; b) 4803,84; c) 81,012693; d) 0,015477

2. **Se uma bomba fornece 2,39 litros de água a cada golpe de êmbolo e dá 51 golpes por minuto, quantos litros de água fornecerá em 58 minutos e meio?**

   Resp.: 7 130,565 litros.

3. Um cabo foi cortado em quatro pedaços iguais, medindo cada um 8,75 m. Qual é o comprimento do cabo?

Resp.: 35 m.

4. Numa casa de 7 andares, acham-se estes separados por escadas de 22 degraus e cada degrau tem 0,165 m de altura. Qual é a altura total da escadaria?

Resp.: 21,78 m.

(Nota – Considere-se que haja escadaria, apenas, nos seis andares inferiores).

5. Um dicionário tem 1.088 páginas, isto é, 544 folhas e a espessura de cada folha é de 0,000075 m. Sabendo-se que a grossura de cada capa é de 0,0041 m, qual será a grossura do dicionário?

Resp.: 0,049 m.

6. Para junção de 2 vigas em T precisa-se de duas chapas de aço, com os furos espaçados como indica a Fig. 2. Como se deve pedir o material ao armazém, que comprimento deve ter a barra para poder-se cortar dela as duas chapas iguais?

Resp.: 1,495 m.

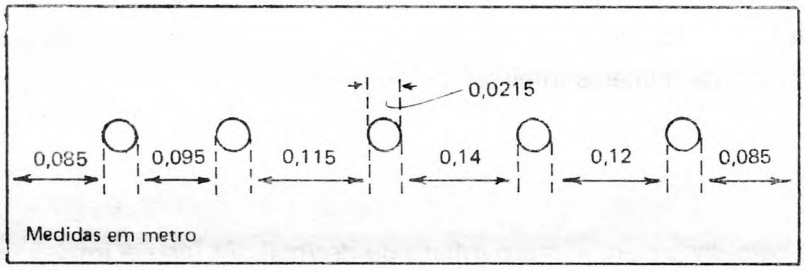


Fig. 2

7. Um depósito contém 391 litros de uma solução de ácido nítrico. Se para cada litro de solução for necessário empregar 0,054 de litro de ácido nítrico, que quantidade desse ácido será preciso para fazer os 391 litros de solução?

Resp.: 21,114 litros.

8. No fabrico de um artigo gastaram-se Cr$ 6 678,00; dessa quantia empregaram-se 0,5 para fundição, 0,3 para o tradeado e o resto para o acabamento. Quanto custou cada operação?

Resp.: Fundição: Cr$3.339,00
Tradeado: Cr$2.003,40
Acabamento: Cr$1.335,60

9. Se um homem pode padejar para um carro 0,765 m^3 de argila numa hora, quantos metros cúbicos poderá padejar em 4,75 dias de 8 horas de trabalho?

Resp.: 29,07 m^3.

10. Quantos ladrilhos colocará um pedreiro em 13,75 dias se em cada dia coloca 1 240 ladrilhos?

Resp.: 17 050.

29. Divisão

Para a divisão dos números decimais, vamos verificar 2 casos:

1º Caso – quando o divisor é um número inteiro:

Acompanhe por este exemplo: 12,78 ÷ 5

Você já viu que 12 unidades e setenta e oito centésimos equivalem a 1 278 centésimos. Então para dividir um número decimal por um inteiro, vamos eliminar a vírgula do dividendo e dividi-lo pelo divisor, como se ele fosse inteiro. Depois, vamos separar no quociente tantos algarismos decimais quantos houver no dividendo.

Veja o exemplo: dividendo 12,78 | 5 divisor

27 2,55 quociente

28

3

Direitos reservados

2º Caso – quando o divisor é um número decimal:

Observe por este exemplo: 415,954 ÷ 0,63

Você já sabe que quando se multiplica o dividendo e o divisor por um mesmo número, o quociente não se altera.

Baseando-se nesta propriedade, multiplique o dividendo e o divisor por 100, reduzindo assim a divisão 41 595,4 ÷ 63 que corresponde ao caso anterior e que é de fácil execução.

dividendo	41595,4	63	divisor
	379	660,2	quociente
	154		
	28		

Há casos em que o divisor apresenta mais algarismos decimais que o dividendo, como por exemplo 73,5 ÷ 3,141

aí é preciso então, multiplicar o dividendo e o divisor por 1 000

veja como fica: 73 500 ÷ 3 141

que é uma divisão de números inteiros.

Regra – para dividir um número inteiro ou decimal por um decimal:
"Multiplica-se o dividendo e o divisor pela unidade seguida de tantos zeros quantos forem precisos para que o divisor se torne em inteiro".

30. Quociente de dois Números com um erro Menor do que Uma Unidade Decimal de uma Certa Ordem

É fácil observar que numa divisão geralmente se escreve como último algarismo do quociente, o maior algarismo que se pode obter, e, portanto o quociente achado terá sempre uma unidade de sua última ordem a menos do que o quociente verdadeiro.

Ora, em toda a divisão, pode-se multiplicar o dividendo por uma unidade seguida de tantos zeros quantos se deseja, contanto que, depois se divida o quociente por esse mesmo fator.

Esta propriedade permite, no caso de não se poder obter um quociente exato, achar um quociente que se aproxime o mais convenientemente possível do verdadeiro.

De fato, multiplicando simplesmente o dividendo por 10, 100, 1 000, etc..., vamos obter 1, 2, 3, etc... algarismos no quociente, que deverão ser separados por uma vírgula, dos algarismos inicialmente obtidos, a fim de dividir o quociente por 10, 100, 1 000, etc...

Na prática, em vez de se juntar os zeros ao dividendo, juntam-se um a um aos restos parciais; para cada zero acrescentado, obtém-se um novo algarismo no quociente.

Estes algarismos irão sendo cada vez de ordem decimal mais baixa. E como em cada momento o quociente se diferencia do verdadeiro em menos de uma unidade de sua última ordem obtida, resulta que, com o simples acréscimo de zeros ao dividendo, ou acrescentando-os sucessivamente aos diversos restos parciais, poderemos obter uma aproximação tanto maior quanto se queira.

Direitos reservados

Para que você compreenda melhor, siga os exemplos resolvidos:
Exemplo 1 — Obter o quociente de 3 ÷ 7 com um erro menor que 0,0001.
Solução — A operação será do seguinte modo:

Divide-se 3 por 7, dá 0 como quociente e 3 como resto. Junta-se ao 3 o primeiro 0 e obtém-se no quociente 4 décimos. Junta-se outro 0 ao resto e obtém-se 2 centésimos no quociente. Outro 0 ao 6 dará 8 milésimos no quociente e o quarto 0 acrescentado ao 4, dará 5 décimos milésimos, a cuja aproximação desejamos chegar.

```
3,0  | 7
 20    0,4285
 60
 40
  5
```

Exemplo 2 — Achar o quociente de 8 ÷ 3,1415 com um erro menor do que 0,001.
Solução — Para que o divisor se torne num número inteiro 31 415, devemos multiplicar 3,1415 por 10 000. E também devemos multiplicar o dividendo pelo mesmo valor 10 000, para que o quociente da divisão 8 ÷ 3,1415 não se altere.
Portanto, 8 ÷ 3,1415 = 80 000 ÷ 31 415
Feito isto, bastará efetuar a divisão.
Dividindo-se 80 000 por 31 415 obtém-se 2 no quociente e 171 700 como resto. E para continuar a divisão conforme você já aprendeu nos números decimais, bastará colocar uma vírgula no quociente, após o número 2, e ir juntando sucessivamente os zeros e efetuando o cálculo conforme indicamos abaixo. O quociente obtido é 2,546.

```
80000    | 31415
171700     2,546
 146250
  205900
   17410
```

EXERCÍCIOS

1. **Dividir:**
   a) 101,6688 por 2,36
   b) 187,12264 por 123,107
   c) 0,08 por 0,008
   d) 0,0003 por 3,75
   e) 0,0144 por 0,024
   f) 0,00375 por 1,25
   g) 0,004 por 400
   h) 0,4 por 0,008

   Resp.:
   a) 43,08
   b) 1,52
   c) 10
   d) 0,00008
   e) 0,6
   f) 0,003
   g) 0,00001
   h) 50

2. Se um garrafão contém 31,5 litros, quantos garrafões se poderão encher com 2 787,75 litros?
   Resp.: 88,5 garrafões.

3. Se 18,75 toneladas de carvão custam Cr$ 3 037,50 quanto custará uma tonelada?
   Resp.: Cr$ 162,00.

4. Na escada da fig. 3, a distância AB é de 3,08 metros. Verificar a distância entre os eixos ab de dois degraus consecutivos.

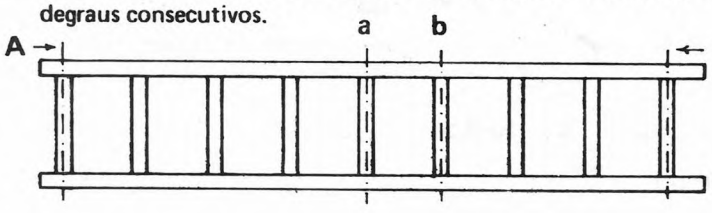


Fig. 3

Resp.: 0,385 metros.

5. Se um caixote de pregos pesa 100 kg e contém 595 pregos, qual é o peso de cada prego?
Resp.: 0,168 kg.

6. Entre dois pontos de uma estrada há uma distância de 5 692,50 metros. Quantas voltas darão as rodas de um automóvel para percorrer esta distância, sabendo-se que circunferência de uma roda é de 2,25 metros?
Resp.: 2 530

7. Para fabricar um determinado número de máquinas são precisos 99,705 quilos de bronze. Quantas máquinas foram construídas se para cada uma empregaram-se 5,865 quilos?
Resp.: 17.

8. Se para pintar uma superfície de 63,616 m^2 são precisos 11,36 litros de tinta, quantos metros quadrados poderão ser pintados com um litro?
Resp.: 5,60 m^2.

9. Um pedreiro coloca 5 750 ladrilhos em 5,75 dias. Quantos ladrilhos colocará por dia?
Resp.: 1 000 ladrilhos

10. Uma carroça contém 41,40 quilos de fio de cobre enrolado. Quantos rolos de 8,28 quilos podem ser obtidos?
Resp.: 5 rolos.

Redução de Frações

31. Redução de Frações Ordinárias a Números Decimais

Para se reduzir uma fração ordinária a um número decimal, dividimos o numeral correspondente ao numerador pelo numeral correspondente ao denominador.

Observe os exemplos:

Exemplo 1 — Reduzir $\frac{3}{4}$ a decimal.

Solução —

$$\begin{array}{r|l} 3{,}00 & 4 \\ \hline 20 & 0{,}75 \\ 0 & \end{array}$$

Logo $\frac{3}{4} = 0{,}75$. (Resp.)

Exemplo 2 — Reduzir $\frac{7}{8}$ a decimal.

Solução —

$$\begin{array}{r|l} 7{,}000 & 8 \\ \hline 60 & 0{,}875 \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

Logo, $\frac{7}{8} = 0{,}875$. (Resp.)

Exemplo 3 — Reduzir $\frac{4}{11}$ a decimal.

Solução — Efetuando a divisão do numerador pelo denominador vemos que há um resto e que, portanto, a divisão pode prolongar-se indefinidamente, repetindo-se os algarismos no quociente.

$$\begin{array}{rrll} \text{dividendo} & 4{,}0000 & 11 & \text{divisor} \\ \hline & 70 & 0{,}3636 & \text{quociente} \\ & 40 & & \\ & 70 & & \\ & 4 & \text{Resto} & \end{array}$$

De modo que $\frac{4}{11} = 0{,}3636$ (Resp.)

EXERCÍCIOS

Reduzir a números decimais as seguintes frações ordinárias:

a) $\frac{15}{32}$
b) $\frac{4}{5}$
c) $\frac{21}{32}$
d) $\frac{51}{64}$
e) $\frac{4}{25}$
f) $\frac{8}{15}$
g) $\frac{7}{25}$
h) $\frac{3}{125}$

Resp.:
a) 0,46875
b) 0,8
c) 0,65625
d) 0,796875
e) 0,16
f) 0,533
g) 0,28
h) 0,024

32. Redução de Números Decimais a Frações Ordinárias

Para reduzir uma fração decimal a ordinária ou imprópria, basta lembrar da significação dos números decimais e aplicar a seguinte regra:

"Para converter um número decimal a fração ordinária ou imprópria, escreve-se esse número como numerador eliminando-se a vírgula, e dá-se como denominador a unidade seguida de tantos zeros quantos forem os algarismos decimais do número decimal dado".

Exemplo: 7,81 (sete unidades e oitenta e um centésimos)
$\frac{781}{100}$ (781 centésimos)

Exemplo 1 — Reduzir 0,125 a fração ordinária.
Solução — $0{,}125 = \frac{125}{1\,000} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$ (Resp.)

Exemplo 2 — Reduzir 34,875 a fração imprópria.
Solução — $34{,}875 = \frac{34\,875}{1\,000} = \frac{279}{8}$ (Resp.)

EXERCÍCIOS

Reduzir a frações ordinárias ou impróprias os seguintes números decimais:

a) 0,125
b) 0,75
c) 0,15625
d) 0,875
e) 2,35
f) 4,75

Resp.:
a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{3}{4}$
c) $\frac{5}{32}$
d) $\frac{7}{8}$
e) $\frac{47}{20}$
f) $\frac{19}{4}$

Direitos reservados

33. Redução de um Número Decimal a Fração Ordinária ou Imprópria de Denominador Dado.

Para exprimir um número decimal por meio de uma fração ordinária ou imprópria que tenha um denominador dado, multiplica-se por este denominador o número decimal e considera-se o produto como numerador da fração procurada que terá por denominador o denominador dado.

Exemplo 1 — Converter 0,5827 em sessenta e quatro avos.

Solução — $0{,}5827 \times \frac{64}{64} = \frac{0{,}5827 \times 64}{64} = \frac{37{,}2928}{64} = \frac{37}{64}$ aprox. (Resp.)

Exemplo 2 — Converter 0,3917 em doze avos.

Solução — Conforme o que foi dito, converte-se o decimal 0,3917 numa fração ordinária que tenha 12 como denominador. Aplicando a regra obtém-se:

$0{,}3917 \times \frac{12}{12} = \frac{0{,}3917 \times 12}{12} = \frac{4{,}7004}{12} = \frac{5}{12}$ aprox. (Resp.)

Exemplo 3 — Converter o número decimal 3,1416 em sétimos.

Solução — De acordo com a regra, multiplica-se o número dado por 7, obtendo-se $3{,}1416 \times 7 = 21{,}9912$ e este produto divide-se por 7.

Logo: $3{,}1416 = \frac{21{,}9912}{7} = \frac{22}{7}$ aprox. (Resp.)

EXERCÍCIOS

Reduzir as frações ordinárias de denominadores dados, os seguintes decimais:

a) **0,25 a quartos**

b) **0,625 a oitavos**

c) **0,3125 a dezesseis avos**

d) **0,04 a vinte e cinco avos**

e) **0,06 a cinqüenta avos**

Resp.: a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{5}{16}$ d) $\frac{1}{25}$ e) $\frac{3}{50}$

34. Frações Decimais Periódicas

Na conversão de uma fração ordinária ou imprópria a decimal, verificaremos três casos:

1.º Caso — Fração decimal exata

O número 1,375 que é a representação decimal da fração $\frac{11}{8}$ é chamado decimal exato, pois o resto da divisão é zero.

```
11  | 8
30    1,375
60
40
 0
```

2.º Caso — Fração decimal periódica simples

Vamos considerar a fração $\frac{81}{11} = 7{,}3636...$

que é uma dízima periódica simples, pois a dezena 36 se repete indefinidamente no quociente. Esta parte decimal é composta apenas pela dezena que se repete e que chamamos de período da dízima.

Observe como se representa uma dízima periódica

Ex.: $7,3636... = 7,\overline{36}$ ou $7,(36)$

$$\begin{array}{r|l} 81 & 11 \\ \hline 40 & 7,3636... \\ 70 & \\ 40 & \\ 70 & \\ \vdots & \end{array}$$

3º Caso – Fração decimal periódica composta

Neste caso vamos considerar a fração $\frac{17}{6} = 2,83333...$

que é chamada dízima periódica composta, pois existe na parte decimal, e antes do período um algarismo que não se repete, que é o 8 (parte não periódica).

Veja a representação de uma dízima periódica composta:

Ex.: $\frac{17}{6} = 2,83333... = 2,8\overline{3}$ ou $2,8(3)$

$$\begin{array}{r|l} 17 & 6 \\ \hline 50 & 2,83333... \\ 20 & \\ 20 & \\ 20 & \\ 20 & \end{array}$$

Exemplo 1 – Converter a fração imprópria $\frac{79}{25}$ a decimal.

Solução – Efetuando-se a divisão indicada, a fração converte-se na decimal exata 3,16.

$$\begin{array}{r|l} 79 & 25 \\ \hline 40 & 3,16 \\ 150 & \\ 0 & \end{array}$$

Exemplo 2 – Transformar a fração $\frac{1}{3}$ em fração decimal.

Solução –

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ \hline 10 & 0,33... \\ 1 & \end{array}$$

Neste caso a fração $\frac{1}{3}$ equivale à fração decimal periódica simples 0,333...

Exemplo 3 – Reduzir a fração imprópria $\frac{47}{22}$ a fração decimal.

Solução –

$$\begin{array}{r|l} 47 & 22 \\ \hline 30 & 2,13636... \\ 80 & \\ 140 & \\ 80 & \\ 140 & \\ 80 & \end{array}$$

O resultado desta divisão dá como resultado uma dízima periódica composta, ou seja = 2,13636, onde o algarismo 1 constitui a parte não periódica e 36 o período.

Direitos reservados

35. Tanto por Cento

Em muitos problemas a resolver e em casos de nossa vida diária, aparece a expressão ***"tanto por cento"***, que significa ***"tantas partes de cada cento".***

Por exemplo, se dissermos a um vendedor de uma casa comercial, que ele receberá 15 por cento das suas vendas, significará que ele receberá 15 cruzeiros sobre cada 100 cruzeiros vendidos.

Neste caso, o ***"tanto por cento"*** é 15, que recebe o nome de porcentagem. Logo, deveremos escrever desta forma:

15% onde se lê: quinze por cento

36. Determinação da Porcentagem de um Número Conhecido e o seu Tanto por Cento

A determinação da porcentagem de uma quantidade dada, poderá ser verificada com facilidade, se você seguir atentamente estes dois exemplos:

1º — Achar 6% de 15 834.

Solução — em primeiro lugar, precisamos achar 1% de 15 834.
transformar 15 834 em número decimal que é = 15 834,0 e em seguida dividi-lo por 100
então: 15 834,0 ÷ 100 = 158,34 (1% de 15 834).
Mas o que procuramos não é 1%, mas sim 6%, que naturalmente é 6 vezes maior, logo basta multiplicar 158,34 por 6
então: 158,34 x 6 = 950,04

2º — Determinar os 2,75% de 98.

Como no exemplo acima, vamos achar 1% de 98

98 = 98,0
98,0 ÷ 100 = 0,98 (=1% de 98)
0,98 x 2,75 = 2,695

Como você pode ver, para se achar a porcentagem de um número dado, bastará dividi-lo por 100 e multiplicar o quociente pelo tanto por cento dado.

Veja estes outros exemplos:

Exemplo 1 — Achar o peso de estanho contido em 150 kg de solda, supondo-se que o estanho represente 40% do total.

Solução — A quantidade que se procura são 40% de 150.

Fazendo o cálculo, conforme você já aprendeu, teremos então:

$$40 \times \frac{150}{100} = 60{,}0 \text{ ou } 60 \text{ kg.}$$

Exemplo 2 — Um depósito contém 75 litros de uma solução de ácido sulfúrico. Nesta solução há 47 por cento de ácido sulfúrico. Quantos litros de ácido sulfúrico são necessários para a solução?

Direitos reservados

Solução – 47 por cento de 75 será:

$$\frac{75}{100} \times 47 = 0{,}75 \times 47 = 35{,}25$$

Portanto, o resultato será 35,25 litros de ácido sulfúrico.

37. Determinação do Tanto por Cento de um Número e Porcentagem dados

Veja este caso também através de um exemplo:

Exemplo – Um capital de Cr$ 1 879 600,00 produziu durante um ano um juro ou uma porcentagem de Cr$ 122 174,00. A que taxa foi empregado?

Solução – Se a porcentagem tivesse sido 1% os Cr$ 1 879 600,00 teriam vencido um juro de $\frac{1\,879\,600}{100} = 18\,796$.

Logo, o tanto por cento terá sido tantas vezes 1% quantas 18 796 estiverem contidos em 122 174. Efetuando a divisão 122 174 ÷ 18 796, obtém-se o quociente 6,5.

A taxa procurada é, pois, 6,5%. (Resp.)

Deste exemplo, você pode considerar a seguinte regra:

> "Sendo dados um número e a sua porcentagem, acha-se a taxa (ou o tanto por cento) dividindo a porcentagem pela centésima parte do número, e o quociente verificado será o tanto por cento que se procura".

38. Determinação do Número, Sendo Dados a Porcentagem e o Tanto por Cento

Acompanhe este caso também pelo seguinte exemplo:

Exemplo – Achar de que número 35,80 são os 4%.

Solução – Diremos: 4% de 100 são 4, logo o número será tantas vezes 100, quantas 35,80 contiver 4. Dividindo 35,80 por 4, resulta 8,95. O número será, pois, 8,95 vezes 100 ou 8,95 x 100 = 895. (Resp.)

> Regra – Conhecendo-se a porcentagem e o tanto por cento ou a taxa de um número, acha-se o número, dividindo-se a porcentagem pela taxa e multiplicando o quociente por 100.

39. Tanto por um

> É a centésima parte do tanto por cento.

> *Exemplificando:*
> Quando se determina pagar 6% de um capital, pagam-se Cr$ 6,00 para cada Cr$ 100,00 ou Cr$ 0,06 para cada Cr$ 1,00.

Direitos reservados

Há casos que é mais prático usar o tanto por um ao invés do tanto por cento, como por exemplo com um óleo formado de carbono e hidrogênio. Se empregássemos o ***tanto por cento,*** diríamos:

Em 100 m^3 de óleo, há 75 m^3 de carbono e 25 m^3 de hidrogênio; o óleo contém 75% de carbono e 25% de hidrogênio.

Se agora, empregássemos o ***tanto por um,*** diríamos:

em um metro cúbico de óleo há 75 centésimos de metro cúbico de carbono e 25 centésimos de metro cúbico de hidrogênio; o óleo contém 0,75 de carbono e 0,25 de hidrogênio.

O emprego do ***tanto por cento*** e do ***tanto por um,*** deve ser utilizado com muito cuidado para evitar equívocos, como o do seguinte exemplo:

Exemplo — Um negociante tem que pagar Cr$ 10 000,00 a um correspondente. O vale importa em 3% da quantia a ser enviada. Qual é a quantia que deverá ser expedida para que descontando 3% fiquem Cr$ 10 000,00 que o correspondente deve receber?

Solução — Se você não pensar bem no caso, poderá correr o risco de julgar que a quantia a ser enviada seja de Cr$ 10 300,00, o que não é exato.

Pois deve-se enviar uma quantia tal que deduzidos os 3% fiquem Cr$10 000, isto é, tirando os 0,003 fique 100, ou melhor os seus 0,97 sejam iguais a 1 000.

Vamos chamar de N a quantia a ser remetida, e então os 0,97 de N valerão 1 000.

Como 0,97 de N são iguais a 0,97 x N, poderemos escrever:

$$0{,}97 \times N = 1\,000$$

E como sabemos que, dividindo-se ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número, não se altera a igualdade dos quocientes resultantes, dividiremos os dois membros da igualdade anterior por 0,97.

resultando então: $N = \frac{1\,000}{0{,}97} = 10\,309{,}20$

Conclusão: o negociante deverá remeter Cr$ 10 309,20, com um erro menor que 0,001.

É preciso notar que a soma de todos os ***tantos por um*** que compõem um certo objeto, deverá ser sempre igual a sua unidade.

Reveja o exemplo do ***tanto por um*** de carbono que contém o óleo = 0,75 e o ***tanto por um*** de hidrogênio = 0,25, devem somar a unidade, como acontece de fato, pois 0,75 + 0,25 = 1.

Pode acontecer também o seguinte exemplo, que o ouro contido numa liga forma 0,85 da mesma, e que desejamos saber em que proporção entram os demais metais. Para isto basta achar a diferença entre 1 e o ***tanto por um*** conhecido.

Então ficaria: 1 — 0,85 = 0,15 (proporção dos outros metais)

Em resumo, num grama da liga haveria 15 centigramas, ou 15%, o que significa que em 100 gramas há 15 gramas de outros metais.

Às vezes, pode acontecer casos que o ***tanto por um*** deve ser expresso em milésimos, como na fabricação de certas moedas, em que se misturam metais de várias qualidades. O toque de uma moeda ou liga é quantidade de metal fino que contém, expresso em milésimos do peso total da liga.

Se uma moeda pesa um grama e que 823 milésimos deste grama sejam de ouro puro, dizemos que o toque é de 0,823. E os metais restantes que entram na liga serão:

$$1 - 0{,}823 = 0{,}177$$

40. Desigualdade

Para se indicar a ***igualdade*** entre dois números ou expressões, empregamos o sinal = que se coloca entre as duas expressões.

Exemplo: $4 \times 5 = 20$.

Para se indicar uma ***desigualdade*** entre dois números ou expressões empregamos os sinais:

$\rangle$ maior do que

e

$\langle$ menor do que

Exemplos: $19 - 7 \rangle 3$

lemos: 19 – 7, maior do que três

$15 \div 2 \langle 98$

lemos: 15 ÷ 2, menor do que 98.

EXERCÍCIOS

1. Achar:
   a) 3% de 28
   b) 12% de 40
   c) 25% de 0,044
   d) 5% de 48

   Resp.: a) 0,84; b) 4,80; c) 0,011; d) 0,24

2. Que tanto por cento de:
   a) 360 representa 90?
   b) 280 representa 112?
   c) 47 representa 94?
   d) 855 representa 59,85?

   Resp.: a) 25%; b) 40%; c) 200%; d) 7%

3. De que número:
   a) 42 são os 6%?
   b) 198 são os 36%?
   c) 2,079 são os 2,7%?
   d) 5 são os 5%?

   Resp.: a) de 700; b) de 550; c) de 77; d) de 100

4. Uma sociedade exige dos seus acionistas um desembolso de Cr$ 1 100 000,00, quantia esta que representa 20% do capital de que a sociedade dispõe. A quanto se eleva esse capital?

   Resp.: Cr$5 500 000,00.

5. Uma companhia de transportes dispõe de 540 carros dos quais 45 devem ser substituídos por carros novos. Deseja-se saber:
   a) quanto por cento representam os carros inutilizados;
   b) quanto por cento representam os carros em serviço.

   Resp.: a) 8,33%; b) 91,66%

6. Um alternador fornece corrente a dois circuitos A e B. A corrente fornecida ao primeiro é de 35 ampères, e a do segundo, B, 25% maior. Calcular:
   a) quantos ampères representam este 25%;
   b) a corrente fornecida ao circuito B.

   Resp.: a) 8,75 ampères; b) 43,75 ampères

7. A nota do gás consumido neste mês é de Cr$6,40, a qual representa 80% da do mês passado. Qual foi a importância desta última?

Resp.: Cr$8,00.

8. Um capital de Cr$ 8 974 600,00 rende 5,75% ao ano. Em quanto importa a renda?

Resp.: Cr$516 039,50.

9. A população de uma cidade aumentou em 5 anos de 650.000 a 800.000 habitantes. Quanto por cento da população primitiva representa o aumento nos cinco anos?

Resp.: 23,07%

10. Um corretor recebe 11% das vendas que realiza. Em quanto importaram as vendas, se ele recebeu Cr$74 650,00?

Resp.: Cr$678 636,00.

EXAME

Números Decimais

Referência
010 – A

Observações Para o Aluno

- Antes de responder as questões você deverá ter feito um estudo minucioso e completo desta lição.
- Agora, leia cada questão até compreender bem o que se pede.
- Cada questão apresenta várias soluções. Apenas uma solução é a correta.
- Em cada questão indique a solução que você julgar correta e, a seguir, transcreva, com atenção, as suas respostas para a FOLHA DE RESPOSTAS, anexa.

1. Dividir 17 892 por 231 aproximando o quociente até a quarta casa decimal:
   a) 78,4545 b) 88,5454 c) 77,4545 d) 77,5454

2. Converter 0,3125 em dezesseis avos:
   a) $\frac{4}{8}$ b) $\frac{16}{32}$ c) $\frac{5}{16}$ d) $\frac{8}{16}$

3. Achar a soma de: 0,125; 0,7; 0,089; 0,4005; 0,9; 0,000027:
   a) 5,385627 b) 8,218528 c) 0,824587 d) 2,214527

4. A parte interna de um tubo mede 6,06 cm, e a externa 6,62 cm. Qual é a espessura do metal? NOTA: Observe que é preciso considerar duas espessuras.
   a) 0,28 b) 0,88 c) 2,80 d) 8,20

5. A descarga de uma bomba é de 2,39 litros para cada golpe de êmbolo, o qual dá 51 golpes efetivos por minutos. Quantos minutos serão precisos para fornecer 7 500 litros?
   a) 61,53 b) 71,58 c) 82,53 d) 11,63

6. Achar o produto de 0,013 por 0,107:
   a) 0,81391 b) 0,008391 c) 0,001391 d) 0,0008391

7. Dividir 2 045,25 por 0,5:
   a) 8 090,50 b) 4 090,50 c) 6 080,50 d) 9 090,50

8. Fundindo-se 24 quilos de zinco com 72 quilos de cobre para se obter bronze, qual é a porcentagem do zinco fundido no bronze?
   a) 86% b) 31% c) 52% d) 25%

9. Subtrair $\frac{4}{8} - 0,5$
   a) 0,168 b) 0,682 c) 0,501 d) zero

10. Converter 0,75 em fração ordinária e reduzir esta à sua expressão mais simples.
    a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{14}{75}$ c) $\frac{75}{20}$ d) $\frac{15}{25}$

Direitos reservados

11. Quantas toneladas métricas de carvão a Cr$ 3 000,00 a tonelada deve-se receber, em troca de 130 toneladas de lenha a Cr$ 2 000,00 a tonelada e Cr$ 460 000,00 em dinheiro?
    a) 60 b) 180 c) 240 d) 340

12. Reduzir as frações abaixo a números decimais e somar:
    $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{12}{16}$; $\frac{8}{32}$

    a) 4,85 b) 2,625 c) 8,89 d) 6,25

13. Se a circunferência da Terra é de 40 000 km e sendo a circunferência igual a 3,1416 vezes o diâmetro, qual é o diâmetro da Terra?
    a) 12 732 b) 23 732 c) 13 732 d) 12 632

14. Comprando-se 20 metros de pano fino pagou-se Cr$ 2 090,00 mais do que se tivesse comprado 10,5 metros. Qual é o preço por metro?
    a) 400 b) 220 c) 630 d) 300

15. Calcular o custo total de 5 quilos de farinha a Cr$ 1,80 o quilo, 28,50 quilos de arroz a Cr$ 5,20 o quilo e 12 kg de açúcar a Cr$ 1,50 o quilo.
    a) 175,20 b) 300,50 c) 128,70 d) 1 509,00

16. Um lote de terreno custou Cr$ 330.000,00, quantia que corresponde a 0,165 do valor da casa a edificar. Qual será o valor da casa?
    a) 2 000 000,00 b) 3 500 000,00 c) 3 500,00 d) 2 000,00

17. Um lavrador comprou uma fazenda à razão de Cr$ 87,50 o hectare e vendeu-a por Cr$ 112,50 o hectare, ganhando Cr$ 3 670,00. Qual é a superfície da fazenda?
    a) 146,8 b) 256,9 c) 347,9 d) 446,9

18. De um lote de 1 152 peças de fundição foram rejeitadas 36, por não reunirem as condições exigidas para a entrega. Quantos por cento do total representam as peças defeituosas?
    a) 4,225 b) 3,125 c) 8,125 d) 5,135

Direitos reservados