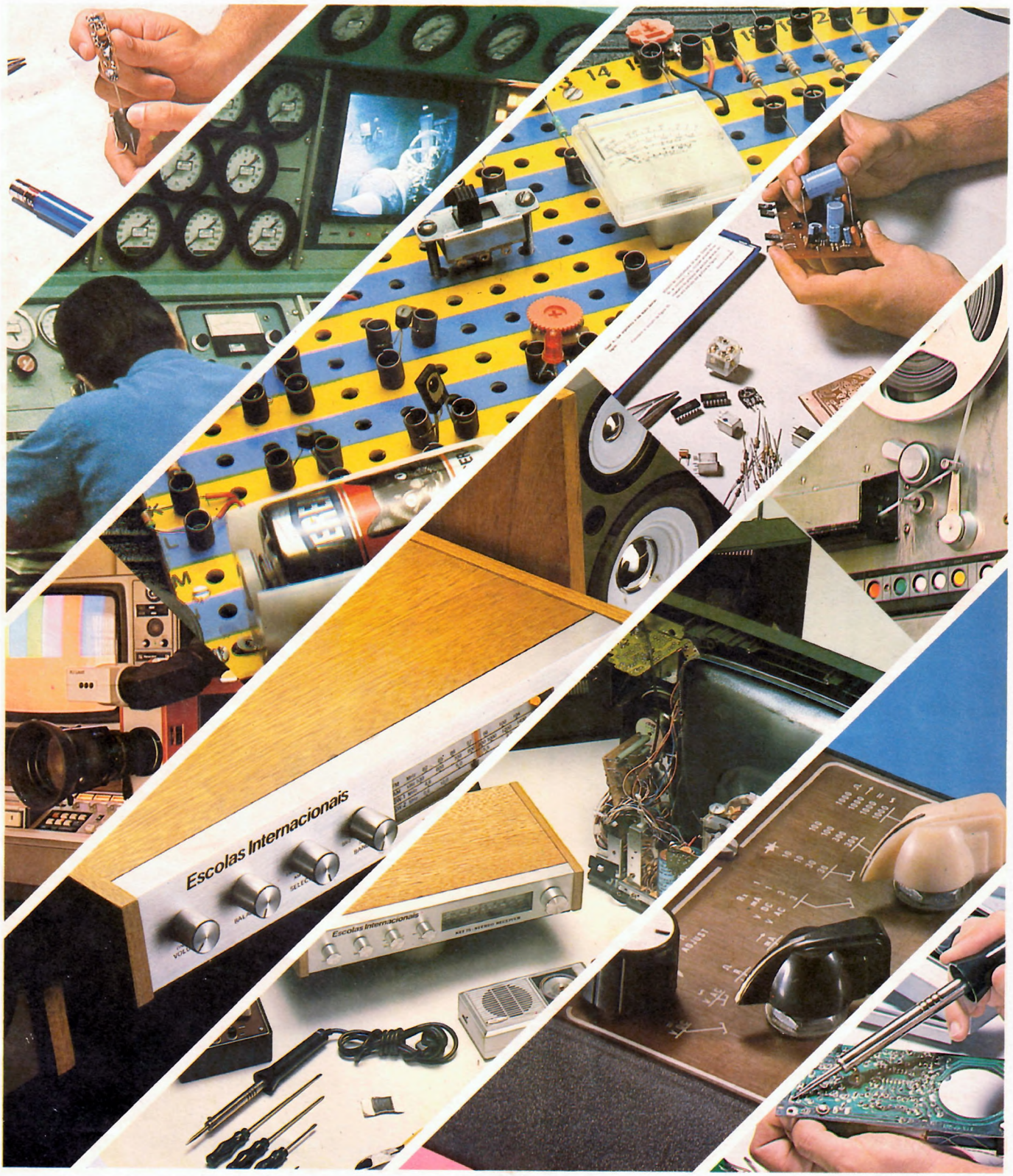
OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS DE ARITMÉTICA



Escolas Internacionais

Referência

005

EI ESCOLAS
INTERNACIONAIS

Reservados todos os direitos. Proibida a reprodução total ou parcial do texto e das ilustrações por qualquer forma ou meio, eletrônico ou mecânico, inclusive por fotocópia, gravação ou por qualquer veículo promocional ou informativo e sistema de recuperação, sem prévia autorização por escrito dos detentores do copyright. Edições e/ou reproduções não autorizadas serão rigorosamente processadas.

Impresso
no
Brasil por

I.C.E.C.P. Ltda

Brasil

Índice Geral

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS DE ARITMÉTICA

Princípios Fundamentais

1. Conceito primitivo 7
2. Necessidade do cálculo 7
3. Uso da aritmética 8
4. Unidade e número 8
5. Números abstratos e números concretos 8
6. Números inteiros e números fracionários 8
7. Sistemas de numeração 9

Numeração Arábica

8. Significado e disposição dos algarismos 9
9. Leitura dos números 9
10. Números ordinais e números cardinais 10
11. Valor absoluto e valor relativo 11
12. Agrupamento dos algarismos 12
13. Emprego do zero 14
14. Leitura de um número 14

Numeração Romana

15. Letras fundamentais e seu emprego 15

Operações Fundamentais

16. As quatro operações fundamentais 16

ADIÇÃO OU SOMA
SOMA VERTICAL

17. Definições 16
18. O sinal de mais (+) e o sinal de igualdade (=) 17
19. Soma vertical 17
20. Prova 18

PROPRIEDADES DA SOMA

21. Propriedades da soma 19
22. Observações sobre a adição 19

SOMA HORIZONTAL

23. Explicação do método 21
24. Prova 21

SUBTRAÇÃO OU DIMINUIÇÃO

25. Definição 23
26. Maneira de proceder 24
27. Regras para a subtração 26
28. Prova da subtração 26
29. Observações gerais sobre a subtração 26
30. Subtração em sentido inverso 27

PROPRIEDADES DA SUBTRAÇÃO

31. Propriedades da subtração 27
32. Complemento aritmético 29

MULTIPLICAÇÃO

33. Definição 29
34. Regras para multiplicar 30
35. Multiplicar um nº qualquer por outro de um só algarismo 30
36. Multiplicar um nº qualquer por outro de dois ou mais algarismos 30
37. Prova da multiplicação 31
38. Caso em que o multiplicador tem zeros 31
39. Caso em que o multiplicando termina em zeros 32

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

40. Propriedades da multiplicação 33

DIVISÃO

41. Definições 35
42. Princípio fundamental da divisão 36
43. Resto 36
44. Regras para dividir 36
45. Dividir um nº de vários algarismos por outro nº de um só algarismo 37
46. Divisor contendo vários algarismos 38
47. Prova da divisão 39
48. Emprego da divisão 40
49. Dividendo e divisor terminados em zeros 40

PROPRIEDADES DA DIVISÃO

50. Propriedades da divisão 40

Combinação de Operações Aritméticas

51. Ordem das operações 42
52. Uso dos parênteses 43
53. Exemplos 43

Equações Aritméticas Simples

54. Definição 44
55. Resolução de equações 45
56. Uso incorreto do sinal de igualdade 45

Divisibilidade

57. Caracteres da divisibilidade 46

Números Primos

58. Definição 49
59. Números primos entre si 50
60. Tabela dos números primos 50
61. Reconhecimento de um nº primo 50

Os Conjuntos

62. Observações sobre conjuntos 52
- conjunto finito 53
- conjunto infinito 53
- conjunto unitário 54
- conjunto vazio 54
- conjunto universo 58
- subconjunto 59

63. Comparação de conjuntos 60
64. Notações finais sobre conjuntos 62
65. Noção de número 63
Exame 65

Princípios Fundamentais

1. Conceito Primitivo

Denominamos ***conceitos primitivos*** às idéias que são estabelecidas através da própria experiência do ser humano, sem necessidade de definições ou explicações didáticas.

Observe Alguns Exemplos

Quando a criança brinca com a bola, puxa carrinhos, arma casinhas com cubos; quando rabisca ou escreve no quadro-negro; quando se interessa pelas figuras da bandeira nacional – ela aplica a estas atividades lúdicas (ou brincadeiras) a sua curiosidade natural e aprende, sozinha, sem precisar definir, que a bola é redonda, por exemplo.

Assim, por experiência própria, o ser humano acumula, à medida que se desenvolve, as noções de ***esfera, plano, volume, quadrado, circunferência,*** e muitas outras, que passam a fazer parte integrante dos seus conhecimentos instintivos, da sua vivência. São estas noções que chamamos de ***conceitos primitivos.***

Notação e Numeração

2. Necessidade do Cálculo

As pessoas que trabalham no comércio, na indústria ou no setor de serviços, necessitam, constantemente, servir-se dos números e recorrer à Aritmética para resolver problemas.

Veja

- Quando o engenheiro, por exemplo, deseja averiguar a potência de uma determinada máquina ou a pressão a que pode resistir uma caldeira a vapor, tem de recorrer, necessariamente, ao cálculo para a determinar.
- Quando o eletricista precisa averiguar o comprimento e o custo do cabo de que necessita para uma instalação, recorre ao cálculo.
- Ao cálculo, também, recorre o comerciante quando precisa elaborar seus balanços e liquidações.

E em condições idênticas se encontram todos os demais profissionais qualificados, que precisam recorrer ao cálculo para evitar perda de tempo, de material e de dinheiro.

3. Uso da Aritmética

Aritmética é o estudo dos números , ou, a arte de calcular.

Todos os cálculos e operações baseiam-se no conhecimento da aritmética. Por isso, vamos começar dando algumas explicações prévias acerca dos números e dos algarismos que os representam.

4. Unidade e Número

A unidade é ***una,*** ou uma coisa só, como ***um*** litro, ***uma*** dúzia.

Número é uma unidade ou grupo de unidades da mesma espécie.

O número responde sempre à pergunta:- ***Quantos?***
Por exemplo, observe a pergunta: —"Quantos homens estão nesta casa? " Se a resposta for "oito homens", ***oito*** é um número, porque indica a quantidade.
Um número pode ser, por isso, um ou mais de um, como: ***uma*** hora, ***seis*** metros. ***dez*** gramas.

5. Números Abstratos e Números Concretos

* *Número concreto* é o número que se refere a uma espécie particular de objetos ou medidas.

Exemplos: Três cavalos, cinco meses, dez toneladas; 6 casas, 8 cadeiras, 10 garrafas, 1000 cavalos, etc.

* *Número abstrato* é o número que não se refere a nenhum objeto particular ou medida.

Exemplos: três, seis, dez; 6, 8, 10, 1000, etc.

6. Números Inteiros e Números Fracionários

Número inteiro é o número que indica uma ou mais unidades completas.

Exemplos: 2, 10, 20, 35, etc.

Número fracionário é o número que indica uma parte ou porção de uma unidade.

Exemplos de números fracionários ou ***frações:***

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ etc.

Direitos reservados

7. Sistemas de Numeração

Numeração é a arte de enunciar e representar os números.

Os números podem ser representados por algarismos e por letras. Por isso, existem duas classes de numeração de uso geral: a *numeração arábica* e a *numeração romana.*

Numeração Arábica

8. Significado e Disposição dos Algarismos

A *numeração arábica* é um sistema que representa os números por dez sinais, chamados caracteres ou algarismos.

Algarismos	*Nomes*
0	zero
1	um
2	dois
3	três
4	quatro
5	cinco
6	seis
7	sete
8	oito
9	nove

Os algarismos da numeração arábica são também chamados números ***dígitos.*** E o zero (0), quando isolado, não tem valor algum.

9. Leitura dos Números

A primeira coisa que se ensina na aritmética é ***contar,*** ou seja, enumerar os números sucessivamente, por ordem do seu valor.
Observe como são representatos e como se lêem os números compreendidos entre 10 e 1000:

10	dez	16	dezesseis
11	onze	17	dezessete
12	doze	18	dezoito
13	treze	19	dezenove
14	quatorze	20	vinte
15	quinze	21	vinte e um

Direitos reservados

22	vinte e dois	70	setenta
23	vinte e três	80	oitenta
24	vinte e quatro	90	noventa
25	vinte e cinco	100	cem
26	vinte e seis	101	cento e um
27	vinte e sete	102	cento e dois (e assim por diante)
28	vinte e oito	200	duzentos
29	vinte e nove	201	duzentos e um (e assim por diante)
30	trinta	300	trezentos
31	trinta e um	400	quatrocentos
32	trinta e dois (e assim por diante)	500	quinhentos
40	quarenta	600	seiscentos
41	quarenta e um (e assim por diante)	700	setecentos
50	cinqüenta	800	oitocentos
60	sessenta	1000	mil

10. Números Ordinais e Números Cardinais

Número ordinal é o número que indica ordem ou sucessão.

Exemplos: Se uma casa ocupa o lugar número três de uma determinada rua, diremos que é a ***terceira*** casa. Assim também: ***quinto*** exercício, ***sétimo*** mês, etc.

Número cardinal é o número que responde a pergunta "quantos? "

*Exemplos: **Dois, três, cinco, sete,*** etc.

Acompanhe pelo quadro a representação e a leitura dos números ordinais e cardinais, de 1 a 1000:

Números Cardinais		*Números Ordinais*
1	um	primeiro
2	dois	segundo
3	três	terceiro
4	quatro	quarto
5	cinco	quinto
6	seis	sexto
7	sete	sétimo
8	oito	oitavo
9	nove	nono
10	dez	décimo
11	onze	décimo primeiro
12	doze	décimo segundo

Direitos reservados

13	treze	décimo terceiro
14	quatorze	décimo quarto
15	quinze	décimo quinto
16	dezesseis	décimo sexto
17	dezessete	décimo sétimo
18	dezoito	décimo oitavo
19	dezenove	décimo nono
20	vinte	vigésimo
21	vinte e um	vigésimo primeiro
22	vinte e dois	vigésimo segundo
23	vinte e três	vigésimo terceiro
24	vinte e quatro	vigésimo quarto
25	vinte e cinco	vigésimo quinto
26	vinte e seis	vigésimo sexto
27	vinte e sete	vigésimo sétimo
28	vinte e oito	vigésimo oitavo
29	vinte e nove	vigésimo nono
30	trinta	trigésimo
40	quarenta	quadragésimo
50	cinqüenta	qüinquagésimo
60	sessenta	sexagésimo
70	setenta	septuagésimo
80	oitenta	octogésimo
90	noventa	nonagésimo
100	cem	centésimo
200	duzentos	ducentésimo
300	trezentos	trecentésimo
400	quatrocentos	quadringentésimo
500	quinhentos	quingentésimo
600	seiscentos	seiscentésimo
700	setecentos	septingentésimo
800	oitocentos	octingentésimo
900	novecentos	nongentésimo
1000	mil	milésimo

11. Valor Absoluto e Valor Relativo

O valor indicado por um algarismo depende da posição que ele ocupa relativamente aos outros algarismos que estão ao seu lado.

Valor absoluto é o valor que cada algarismo tem quando está só.

Exemplo: O algarismo 2, sozinho, tem um valor absoluto maior que o algarismo 1 e menor que o algarismo 3.

Porém, se colocarmos um 1 à sua direita, obteremos um novo número, ***21,*** no qual o primeiro algarismo já não conserva o seu valor absoluto, pois este foi modificado pelo algarismo que se lhe juntou. Este novo valor do algarismo 2 chama-se ***valor relativo.***

Direitos reservados

Para compreender a diferença que existe entre dois valores, veja os seguintes exemplos:

Se o número 8 está só, ... 8

representa simplesmente 8 ***unidades*** ou oito.

Se se colocar um 2 à sua direita, ... 82

o 2 representa agora ***duas unidades*** e o 8, que representava 8 ***unidades,*** deslocou-se um lugar para a esquerda; o seu valor é agora de ***oito*** dezenas, ou seja, ***dez vezes oito unidades.***

Se ao número 82, assim formado, juntarmos um 5 à sua direita, teremos 825

o 8 deslocou-se novamente mais um lugar para a esquerda, aumentando, por conseqüência, dez vezes mais o seu valor; isto é, ***dez vezes oito dezenas,*** ou seja, 8 centos. Ao mesmo tempo, o 2 deslocou-se também um lugar para a esquerda, aumentando do mesmo modo o seu valor dez vezes, ou seja, 2 dezenas.

Se a 825 juntarmos um 6 à direita, teremos 8 256

número em que o 8 se deslocou mais um lugar para a esquerda, com o que voltou a aumentar dez vezes o seu valor, convertendo-se em 8 milhares; o 2 passou a 2 centos e as 5 unidades transformaram-se em 5 dezenas.

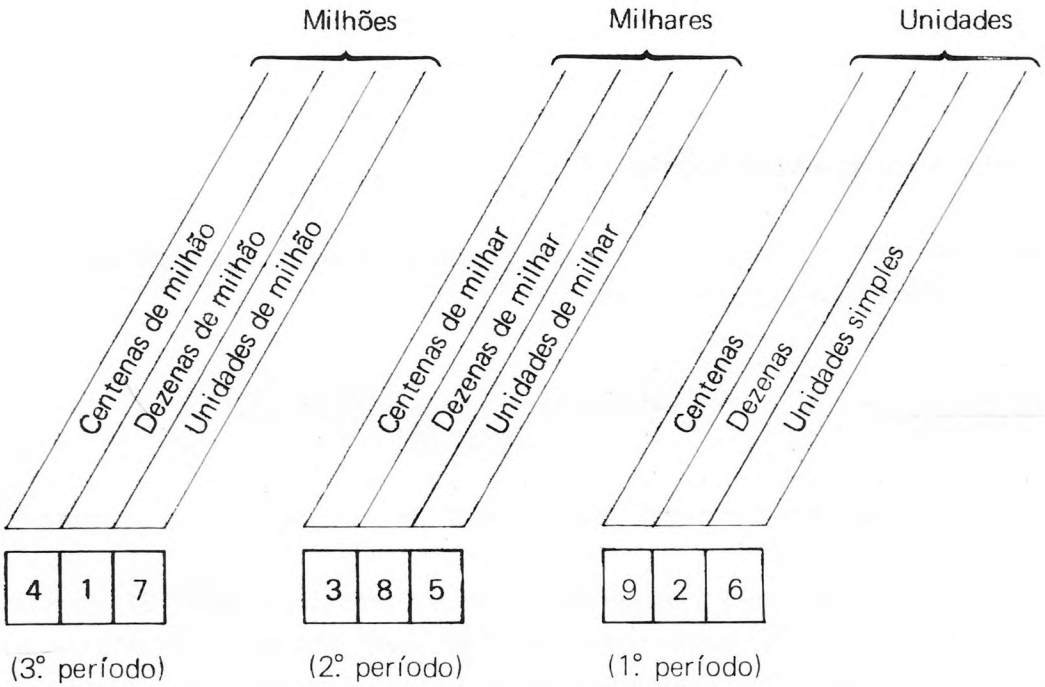
Este último número, assim obtido, compõe-se de quatro algarismos, lê-se: ***oito mil, duzentos e cinqüenta e seis.***

12. Agrupamento dos Algarismos

Quando se escrevem números que contenham mais de três algarismos, costuma-se dividí-los em grupos de três, ***da direita para a esquerda.*** Estes grupos recebem o nome de períodos e são separados, quer mentalmente quer por meio de pontos ou espaços, para tornar mais fácil e precisa a sua leitura.

O 1.º grupo, começando pela direita, representa as ***unidades.*** O 2.º grupo representa os ***milhares.*** O 3.º grupo representa os ***milhões.***

Agora, observe o quadro abaixo e acompanhe as explicações.



Direitos reservados

De acordo com o exemplo pormenorizado do ítem 11, você já sabe que cada vez que um algarismo se desloca ***um lugar*** para a esquerda, aumenta ***dez vezes*** o seu valor absoluto. O algarismo que ocupa o último lugar à direita de um número, representa as ***unidades*** de que esse número se compõe.
Vamos analisar, agora, o número, 417 385 926, que se encontra no quadro anterior.

1.º Período:

- O ***6*** está no lugar correspondente às unidades, e se lê, simplesmente, ***seis.***
- O ***2*** ocupa o lugar correspondente às dezenas, e nesta posição tem o valor de 2 dezenas ou ***vinte*** unidades.
- O ***9*** ocupa o lugar das centenas e, conseqüentemente, seu valor é de 9 centenas ou ***novecentas*** unidades.
- Este 1.º grupo ou período de três algarismos tem um valor igual a nove centenas, duas dezenas e seis unidades e lê-se:

Novecentos e vinte e seis.

2.º Período:

- No grupo 385, situado à esquerda de 926, o ***5*** ocupa o quarto lugar, começando-se a contar da direita para a esquerda, e o seu valor é dez vezes maior que o valor do 9. O 5 representa, pois, ***cinco milhares.***
- O ***8*** ocupa o lugar das dezenas de milhar. O seu valor é de 8 dezenas de milhar ou ***oitenta milhares.***
- O ***3*** está no lugar das centenas de milhar e tem o valor de ***trezentos milhares.***

O valor total deste grupo ou 2.º período é de:

Trezentos e oitenta e cinco mil.

3.º Período:

- O último grupo da esquerda, ***417***, representa os milhões, ou seja, um valor dez vezes maior que cem mil.
- O ***7*** ocupa o lugar relativo às unidades de milhão. Seu valor é de ***sete milhões.***
- O ***1*** ocupa o lugar das dezenas de milhão e representa um valor de ***dez milhões.***
- O ***4*** ocupa a posição das centenas de milhão e seu valor é de ***quatrocentos milhões.***
- O valor deste último grupo de algarismos é de:

Quatrocentos e dezessete milhões.

Assim o número ***417 385 926,*** formado pelos três grupos de algarismos que acabamos de analisar, lê-se:
Quatrocentos e dezessete milhões, trezentos e oitenta e cinco mil, novecentos e vinte e seis.

Direitos reservados

13. Emprego do Zero

O zero (0) não tem valor próprio. Por si só nada representa. Porém, junto com outros algarismos serve para determinar a posição de cada um deles.

Acompanhe os Seguintes Exemplos

- Escrever o número ***duzentos e cinco,*** representando-o por algarismos. Não seria correto escrever o 2 junto do 5, porque o 2 ficaria no lugar das dezenas e o número deveria ser lido: "Vinte e cinco". O 2, então, deve ser colocado no lugar das ***centenas*** e o 5, no lugar das ***unidades,*** pois ***duzentos e cinco*** significa ***duas centenas e cinco unidades.*** Assim, intercala-se o zero entre 2 e 5 para indicar que o número não possui nenhuma dezena: 205 .
- Escrever o número ***três mil e vinte e seis,*** representando-o por algarismos. Este número significa ***três unidades de milhar, duas dezenas e seis unidades simples*** (Reveja o quadro da pág. 12). Isto quer dizer que o número não possui nenhuma centena. Em seu lugar, então, o terceiro lugar, a partir da direita, coloca-se o zero, que neste caso vai indicar esta ausência de centena. Assim: 3 026 .
- Escrever o número ***seis mil e quatro,*** representando-o por algarismos. Neste caso o número significa ***seis unidades de milhar e quatro unidades (simples).*** E, não possui nem centenas nem dezenas. Para indicar estas ausências, intercala-se um zero no segundo lugar a partir da direita, correspondente a dezenas, e um zero no terceiro lugar a partir da direita, correspondente a centenas. Assim:6 004 (O ***6*** ocupa o quarto lugar, a partir da direita, correspondente aos milhares).
- Escrever o número ***cinco mil novecentos e oitenta,*** representando-o por algarismos. Aqui você tem ***cinco unidades de milhar, nove centenas e oito dezenas.*** O número não possui unidades simples. O lugar correspondente às unidades simples é o primeiro lugar a partir da direita. Então, é aí que se coloca o zero para representar esta ausência. Assim: 5 980 .

14. Leitura de um Número

Após ter aprendido a agrupar os números e a representá-los corretamente em algarismos, nos ítens 12 e 13 desta lição, você vai compreender facilmente como se procede para ler qualquer número.

1º — Divide-se o número, ***a partir da direita,*** em grupos de três algarismos.

2º — Começa-se a ler o número, ***a partir da esquerda,*** lendo-se cada grupo como se estivesse só e juntando-se sempre a denominação do grupo (ou período).

Exemplo: 7 983 002 506

Lê-se ***sete,*** que forma o primeiro grupo da esquerda e junta-se ***bilhões,*** porque o grupo representa bilhões; a seguir lê-se ***novecentos e oitenta e três,*** juntando-se ***milhões,*** que é a denominação do grupo; depois, lê-se ***dois,*** juntando-se ***mil,*** porque este é o grupo dos milhares; e, por último, lê-se ***quinhentos e seis,*** sem necessidade de mencionar a denominação do grupo de unidades simples. Assim, o número deste exemplo é:

Sete bilhões, novecentos e oitenta e três milhões, dois mil e quinhentos e seis.

Direitos reservados

EXERCÍCIOS

1. Leia os seguintes números, depois de separar os diversos grupos de que se compõem:
   a) 31.072
   b) 317.020
   c) 1.007
   d) 6.051
   e) 28.970.093

2. Represente por algarismos os seguintes números:
   a) sete mil e dezessete
   b) mil novecentos e quatorze
   c) dez milhões, oitenta e dois mil e trinta e seis

RESPOSTAS:

1.a) trinta e um mil e setenta e dois
1.b) trezentos e dezessete mil e vinte
1.c) mil e sete
1.d) seis mil e cinqüenta e um
1.e) vinte e oito milhões, novecentos e setenta mil e noventa e três
2.a) 7 017
2.b) 1 914
2.c) 10 082 036

Numeração Romana

15. Letras Fundamentais e seu Emprego

Numeração romana é o sistema de representar os números por meio de 7 letras maiúsculas do alfabeto latino.

Este sistema é empregado, geralmente, para numerar capítulos de livros, tabelas, regras, fórmulas, mostradores de relógios, etc.

As 7 letras e seus respectivos valores são os seguintes:

Letras	*Valores*
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Na representação dos números em numeração romana, deve-se fazer as letras imitando as maiúsculas de imprensa, e não as usadas em escrita corrente.

As letras empregadas na numeração romana combinam-se para formar um número qualquer, de acordo com as seguintes regras.

Direitos reservados

1a. Regra — *Se uma letra está escrita antes de outra de maior valor, o número que representam é a diferença dos seus valores:* IV, *quatro;* IX, *nove;* XC, *noventa;* CM, *novecentos.*

2a. Regra — *Se uma letra está escrita depois de outra de maior valor, o número que representam é a soma dos seus valores. Exemplos:* VI, *seis;* XI, *onze.*

3a. Regra — *Quando se repete uma letra, multiplica-se o seu valor pelo número de repetições. Exemplos:* XX = *20;* CC = *200;* CCC = *300. As letras* V, L e D *nunca se repetem; unicamente as letras* I, X, C e M *podem repetir-se mas nunca mais de três vezes consecutivamente.*

4a. Regra — *Uma linha horizontal colocada sobre uma letra, torna o seu valor mil vezes maior. Exemplos:*

$\overline{X}$ = 10 000; $\overline{L}$ = 50 000; $\overline{XC}$DXVII = 90 517.

A seguir se indicam algumas das combinações de letras freqüentes e os seus respectivos valores:

II	2	IX	9	XVI	16	XXXIX	39
III	3	XI	11	XVII	17	XLII	42
IV	4	XII	12	XVIII	18	LXXXIII	83
VI	6	XIII	13	XIX	19	MXXII	1 022
VII	7	XIV	14	XX	20	MCDXCII	1 492
VIII	8	XV	15	XXI	21	MCMXXII	1 922

Operações Fundamentais

16. As Quatro Operações Fundamentais

Agora que você já se familiarizou com as noções básicas acerca dos números e dos algarismos que intervêm em todas as operações e cálculos, vamos tratar das quatro operações fundamentais da aritmética: *adição, subtração, multiplicação e divisão.* Chamam-se operações fundamentais porque todas as operações aritméticas se baseiam nelas. Em qualquer cálculo intervêm sempre uma ou mais destas operações.

Adição ou Soma
Soma Vertical

17. Definições

Adição ou soma é a operação que tem por finalidade determinar um número igual à reunião ou agrupamento de dois ou mais números, os quais se denominam *parcelas.*

O número que resulta da adição chama-se *soma* ou *total.*

Direitos reservados

18. O sinal de mais "+" e o sinal de igualdade "="

O sinal + indica a operação de somar e lê-se ***mais.*** Assim, 5 + 6 lê-se: 5 ***mais*** 6 e significa que estes números devem somar-se. Para abreviar a leitura, muitas vezes substitui-se a palavra ***mais*** por ***e***. Assim, 5 ***e*** 6.

O sinal de igualdade ou sinal de igual é = e lê-se: ***igual a.***

Por exemplo: 5 + 6 = 11, lê-se: 5 ***mais*** 6 ***igual a*** 11.

O sinal de igual é usado constantemente em aritmética. Observe que tudo quanto está à esquerda do sinal = é sempre ***igual*** ao conjunto que fica à direita.

Para que seja possível efetuar uma soma, é necessário que todas as parcelas estejam expressas em unidades de uma mesma espécie. Por exemplo: você pode somar 6 livros com 7 livros, obtendo a soma de ***13*** livros. Mas, não poderá somar 6 livros com 8 maçãs ou 10 metros, etc., porque as unidades representadas são de espécies diferentes!

19. Soma Vertical

A palavra ***vertical*** significa direção do fio de prumo. Nesta soma deve-se colocar os números alinhados verticalmente ou em coluna, uns abaixo dos outros, de maneira que as unidades da mesma ordem se correspondam; isto é, as ***unidades*** ficam abaixo das ***unidades,*** as ***dezenas*** abaixo das ***dezenas,*** as ***centenas*** abaixo das ***centenas,*** e assim sucessivamente.

Se os números forem escritos na ordem indicada, o ***primeiro algarismo da direita de um número deve ficar na mesma coluna que o correspondente ao número que está imediatamente por cima.***

Num grupo de números, ordenados do modo como se acaba de explicar, cada coluna deve considerar-se isolada das outras, ao efetuar a adição dos números que a formam, os quais podem ser somados de cima para baixo ou vice-versa.

Esse método de soma chama-se ***vertical,*** para se distinguir da soma horizontal, que será explicada mais adiante em pormenor.

O número de colunas será o número de algarismos que existam na maior parcela. Para efetuar a soma dos algarismos das diferentes colunas verticais mencionadas, aplicam-se as seguintes regras.

1a. Regra — ***Para somar dois ou mais números começa-se a operação pela direita, somando os algarismos de cada coluna vertical, e o resultado, se se trata de um só algarismo, escreve-se na base da coluna correspondente.***

2a. Regra — ***Se o resultado for de dois ou mais algarismos, escreve-se só o da direita, e o restante ou os restantes juntam-se à soma da coluna seguinte, procedendo-se sempre assim até à última coluna.***

EXEMPLOS DE ADIÇÃO

Apliquemos as regras anteriores aos seguintes exemplos:

Exemplo 1 — Qual é a soma de 131, 222, 21, 2 e 413?

Solução — A operação dispõe-se da forma que se pode observar à direita:

```
 131
 222
  21
   2
 413
-----
 789
```

Soma ***Resp.***

Depois de colocar os números em colunas, como já se disse, você soma mentalmente as unidades de uma mesma ordem, de cima para baixo, principiando pela direita e enunciando as somas parciais, assim: um, três, quatro, seis e nove, que é a soma total das unidades. Coloque o 9

Direitos reservados

exatamente abaixo da coluna das unidades. Como se vê, não se disse: 1 e 2 são 3, e 1 são 4, e 2, 6, etc.; deve-se enunciar simplesmente as somas parciais, sem empregar outras palavras.

A soma das dezenas é 8, que se coloca abaixo da coluna das dezenas.

A soma das centenas é 7, que se coloca abaixo da coluna das centenas.

Ao resolver um problema, você obtém o seu resultado ou resposta, que se indica abreviadamente por ***Resp.,*** como se vê no exemplo anterior.

Exemplo 2 — Determinar o valor de

$$425 + 36 + 9\,215 + 4 + 907.$$

Solução — Dispõe-se a operação da mesma forma que no exemplo anterior.

A soma da coluna das unidades é 27, ou seja, 2 dezenas e 7 unidades. Tome as 7 unidades como primeiro algarismo da soma e junte as 2 dezenas à coluna das dezenas. A soma da coluna das dezenas junte com as dezenas que vão da coluna das unidades, o que dá 8 e que se escreve como segundo algarismo da soma. (Não sobra nada para juntar à coluna das centenas). A soma da coluna das centenas é 15, ou seja, 1 milhar e 5 centenas. Escreva o 5 abaixo das centenas e junte 1 à coluna dos milhares: 1 + 9 = 10 milhares; escreva o 10 à esquerda dos outros algarismos. A soma será, por conseguinte, 10 587.

```
   425
    36
 9 215
     4
   907
------
10 587
```

Soma **10 587** ***Resp.***

Quando se trata de somar muitos algarismos grandes, evitam-se muitos erros, escrevendo, à parte, a soma de cada coluna.

Exemplo — Somar os números 7 329, 8 564, 9 238, 76 563, 6 417, 36 849 e 58 796.

Solução — Depois de dispor os números como se indicou, comece a soma pela coluna da direita, como nos casos anteriores, escrevendo à parte as somas parciais, para facilitar qualquer revisão.

A soma da primeira coluna é 46, a da segunda 35, à qual se juntaram as 4 dezenas que se obtiveram da primeira, e assim sucessivamente.

```
 7 329
 8 564    46
 9 238    35
76 563    37
 6 417    53
36 849    20
58 796
-------
```

Soma **203 756** ***Resp.***

20. Prova

Prova de uma determinada operação é outra operação que se executa com o fim de confirmar o resultado da primeira.

A ***prova da soma*** é a operação que se executa, somando as unidades da mesma ordem de baixo para cima: se o resultado for o mesmo que se obteve, este provavelmente é o verdadeiro.

Direitos reservados

Propriedades da Soma

21. Propriedades da Soma

1a. - ***Fechamento*** — Significa que o resultado da soma de dois números inteiros é, também, um número inteiro.

Exemplo: 16 laranjas + 28 laranjas = 44 laranjas.

2a. - ***Comutativa*** — Significa que a ordem das parcelas não altera o total.

Exemplo: 8 + 6 = 14 *ou* 6 + 8 = 14.

3a. - ***Associativa*** — Significa que, em uma operação de soma, se substituirmos duas ou mais parcelas pelo total de suas somas, o resultado ficará inalterado.

Exemplo: 3 + 4 + 1 + 2 + 4 = 14 *ou*
(3 + 4 + 1) + (2 + 4) = 8 + 6 = 14

4a. - ***Possui o elemento neutro*** — Que é o zero. Somando-se ***0*** a um número qualquer, o resultado será o mesmo número.

Exemplo: 2 + 0 = 2; 28 + 0 = 28; 28 + 0 + 12 = 40

22. Observações Sobre a Adição

É muito importante para quem tem de empregar freqüentemente o cálculo, poder somar rapidamente sem se enganar. Só com um treino persistente se pode adquirir esta habilidade; e se você consagrar, todos os dias, uns ***quinze minutos*** de exercício à adição, tirará grande proveito. Para isso, pode empregar parcelas tomadas ao acaso, ou melhor, obtidas através de jornais, boletins ou outras publicações, sobre operações comerciais ou industriais.

Para adquirir rapidez ao somar, é de necessidade absoluta que ao ver ou ouvir enunciar dois algarismos, se possa dar a soma imediatamente. Assim, 15 deve imediatamente ocorrer-nos quando se enuncia 8 e 7, ou 6 e 9.

Quando se somam 5, 6, 1 9, 7, 5, 2, 4, 8, 9, não se deve dizer "5 e 6 são 11, e 1 são 12, e 9 são 21", etc., mas pensar: 5, 11, 12, 21, 28, 33, 35, 39, 47, 56, enunciando ou pensando as somas tão rapidamente como se pronunciam.

Lembre-se, no entanto, de que, se a rapidez é importante, muito mais é a exatidão, que deve obter-se antes daquela. Você deve, primeiramente, proceder devagar, até adquirir absoluta confiança nas suas possibilidades.

EXERCÍCIOS

1. Efetue as seguintes adições:

   a) 104 + 203 + 613 + 214
   b) 1 875 + 3 143 + 5 826 + 10 832
   c) 4 865 + 2 145 + 8 173 + 40 184
   d) 14 204 + 8 173 + 1 065 + 10 042
   e) 10 832 + 4 145 + 3 133 + 5 872
   f) 214 + 1 231 + 141 + 5 000
   g) 123 + 104 + 425 + 126 + 327
   h) 6 354 + 2 145 + 2 042 + 1 111 + 3 333

   Resps.: *a)* 1 134; *b)* 21 676; *c)* 55 367; *d)* 33 484; *e)* 23 982; *f)* 6 586; *g)* 1 105; *h)* 14 985

2. Uma máquina a vapor consome por semana as seguintes quantidades de carvão: segunda-feira 1 800 kg; terça-feira, 1655 kg; quarta-feira, 1 725 kg; quinta-feira, 1 690 kg; sexta-feira, 1 648 kg; sábado 1 020 kg. Qual a quantidade de carvão consumido durante a semana?

   Resp.: 9 538 kg.

3. Uma bomba esvazia uma cisterna em três horas, da seguinte forma: 4 200 litros durante a primeira hora, 5.420 litros durante a segunta e 3 600 litros durante a terceira. Quantos litros de água continha a cisterna?

   Resp.: 13 220 litros

4. Quatro blocos metálicos para fundição pesam respectivamente: 1 675, 615, 378 e 1 245 quilogramas. Quanto pesam os quatro blocos juntos?

   Resp.: 3 913 kg

5. A produção mensal de uma fábrica de ferramentas era a seguinte: em janeiro, 8 502 ferramentas; em fevereiro, 8 748; em março, 9 125; em abril, 9 770; em maio, 10 269 e em junho, 12 184. Qual foi a produção total durante os seis meses?

   Resp.: 58 598 ferramentas

6. Um lote de terreno tem a forma de um triângulo, cujos lados medem, respectivamente, 127, 330 e 230 metros. Que comprimento deverá ter um muro para rodeá-lo totalmente?

   Resp.: 687 m

7. Durante a primeira semana de um mês, uma fábrica recebeu matérias-primas no valor de Cr$ 347 500,50. As matérias-primas que chegaram durante a segunda, terceira e quarta semanas importaram, respectivamente, em Cr$ 295 000,00, Cr$ 438 000,00 e Cr$ 489 499,50. Qual foi o valor das matérias-primas recebidas durante o mês?

   Resp.: Cr$ 1 570 000,00

8. No diário de uma herdade, que tem quatro estabelecimentos ou sucursais, figura a seguinte nota de movimento de leite e queijo vendidos:

	Sucursal I	Sucursal II	Sucursal III	Sucursal IV
Leite (litros)	2 833	2 718	3 054	2 967
Queijo (kg)	1 376	1 271	1 515	1 334

   Quantos litro de leite e quilogramas de queijo foram vendidos ao todo?

   Resp.: leite: 11 572 litros
   queijo: 5 496 kg

9. Durante uma travessia de três dias, um vapor percorre 360 quilômetros durante o primeiro dia, 362 no segundo e 359 no terceiro. Indicar a distância total percorrida pelo barco.

   Resp.: 1 081 quilômetros

Direitos reservados

Soma Horizontal

23. Explicação do método

Muitas vezes há necessidade de somar números sem os colocar em colunas, como foi explicado no ítem 19. Esta operação chama-se ***soma horizontal.***

A maneira de proceder, neste caso, consiste em tomar de cada número o algarismo conveniente, retendo na memória as diferentes somas parciais. Este método não deve ser adotado senão quando se souber efetuar com prontidão e segurança a soma mental. Isto você conseguirá depois de um certo tempo de prática constante.

Veja Como Proceder

Soma: 123 + 567 + 792 + 221 + 546 = 2 249

Para somar estes números, comece por tomar o último algarismo da direita de cada número. Você terá: 6, 7, 9, 16 e ***19.*** Coloque no lugar das unidades e continue adicionando as dezenas, juntando-lhes o 1 que restou da soma das unidades, ou seja: 1, 5, 7, 16, 22 e ***24.*** Escreva o 4 e junte o 2 às centenas. Assim: 2, 7, 9, 16, 21 e ***22.***

Ao tomar os algarismos, você deve ter o especial cuidado em somar os algarismos que sejam da mesma ordem, e não se enganar, somando um algarismo da coluna das dezenas com outro das centenas; ou um algarismo das centenas com outro dos milhares, etc.

No exemplo que se segue, você poderá observar um agrupamento freqüente nos números e que exige a sua soma horizontal.

Exemplo: Efetuar a soma horizontal dos seguintes números e determinar a soma total dos resultados.

29 680	56 318	73 267	159 265
9 297	89 219	54 298	152 814
76 351	34 876	47 695	158 922
2 987	73 187	47 187	123 361
29 864	69 785	39 284	138 933
37 279	11 567	36 684	85 530
59 812	71 091	29 345	160 248
67 677	64 597	55 641	187 915
45 328	99 873	67 298	212 499
87 875	62 144	76 541	226 560
		Total geral	1 606 047

24. Prova

Para verificar se o resultado da adição horizontal está certo, você vai somar, separadamente, as colunas verticais. E estes resultados parciais, somados por sua vez, devem coincidir com a soma total.

Direitos Reservados

No exemplo acima, a soma das colunas verticais é:

primeira coluna, 446 150
segunda coluna, 632 657
terceira coluna, 527 240

} *Total:* 1 606 047 (exatamente igual ao obtido anteriormente).

Como em exemplos dessa natureza é muito fácil errar, convém sempre verificar os resultados obtidos, o que constitui uma excelente prática, que vai permitir a você adquirir, sem dificuldades, o bom hábito de comprovar as suas operações.
(Lembre-se que as máquinas calculadoras estão aí para auxiliar o homem a resolver com extrema rapidez inúmeros cálculos, *mas* é muito importante que, ***antes de usá-las,*** você já tenha aprendido a exercitar, corretamente, as suas habilidades naturais através do desenvolvimento do seu raciocínio. Depois de ter dominado todas as técnicas e processos que servem de base aos cálculos, ***você estará apto a prosseguir nas etapas mais complexas dos seus estudos*** e poderá, então, recorrer ao auxílio das calculadoras para obter rapidamente os resultados de que necessitar).

EXEMPLO PRÁTICO

Como exemplo prático da soma horizontal, que você está aprendendo, veja a seguir uma tabela de exportação de cereais de uma cidade durante uma semana.
A apresentação de tabelas semelhantes é muito freqüente no comércio e na indústria. Procura-se determinar a quantidade total de cereais exportados por dia e a quantidade de cada cereal exportado por semana. Por último, determina-se a quantidade total de cereais exportados durante esse período.

Cereais exportados pela cidade durante a semana
(em hectolitros)

Cereais	2a. feira	3a. feira	4a. feira	5a. feira	6a. feira	sábado	Totais
Milho	28 325	15 236	35 715	29 128	75 183	46 217	--
Trigo	35 719	41 719	50 108	32 546	59 275	81 126	--
Aveia	12 136	9 237	18 265	7 268	6 950	17 230	--
Cevada	18 230	15 738	21 375	15 928	19 263	13 637	--
Centeio	5 275	6 829	7 201	11 325	7 825	13 261	--
Totais	--	--	--	--	--	--	--

- *Você deve determinar, por meio de somas, os totais correspondentes a cada dia da semana.*
- *Deste modo, obterá a fila inferior, correspondente aos traços marcados.*
- *Depois, você vai executar os totais correspondentes a cada espécie de cereal, e com eles formará, à direita, a coluna de números que substituirão os traços.*
- *Para terminar, e como comprovação, some os seis números da fila inferior. Você vai obter um total geral que deve ser igual ao total que resultar da soma dos cinco números da coluna da direita.*

Aplicando este método ao exemplo acima, para a fila horizontal inferior você obterá:

2a. feira, 99 685
3a. feira, 88 759
4a. feira, 132 664
5a. feira, 96 195
6a. feira, 168 496
sábado 171 471

Direitos reservados

Para a coluna da direita, você obterá os seguintes resultados:

milho, 229 804	cevada, 104 171
trigo, 300 493	centeio. 51 716
aveia, 71 086	

A soma dos seis primeiros números é igual a 757 270, que é precisamente o valor da soma dos cinco últimos números.

EXERCÍCIOS

1. Some verticalmente as seguintes colunas; some depois horizontalmente, adicionando os resultados obtidos.

a)	*b)*	*c)*
4 568	15 431	7 386
7 391	29 685	45 371
7 854	73 648	13 764
53 469	34 519	9 887
13 470	78 234	64 348
58 143	7 843	14 627

Resps.: *a)* 144 895; *b)* 239 360; *c)* 155 383. Soma total: 539 638.

2. Determine as somas horizontais e os totais dos seguintes números:

49 850	6 542	62 165
17 370	63 834	16 732
68 429	76 343	85 696
23 156	80 931	71 883
21 017	79 883	50 149
67 154	83 578	31 572
64 353	35 647	76 844

Soma total. 1 133 128

Subtração ou Diminuição

25. Definição

Subtração ou diminuição é a operação contrária à soma.

Na ***soma,*** juntam-se os valores de dois ou mais números, para determinar o valor total. Na ***subtração*** determina-se a diferença que existe entre os valores de dois números.

Por exemplo — Considerando os números 9 e 7, cuja soma sabemos ser 16, suponhamos que se deseja saber quantas unidades ficarão se retirarmos 9 de 16. Para isso, temos de efetuar uma ***subtração,*** e diremos: se 9 e 7 são 16, é evidente que tirando 9 de 16 restará 7. Na subtração só podem ser usados dois números de cada vez. E é sempre o menor que se tira do maior.

- ***Diminuendo*** ou ***minuendo*** é o nome que se dá ao maior número dos dois.
- ***Subtraendo*** é o nome que se dá ao menor número dos dois.
- ***Resto, excesso ou diferença*** é o nome que se dá ao resultado da subtração.

A subtração é indicada pelo sinal —, que se lê: ***menos.*** Assim: 12 — 7 lê-se: 12 *menos* 7, e significa que devemos tirar 7 unidades de 12.

26. Maneira de proceder

Observe, nos exemplos seguintes, como efetuar a subtração.

Exemplo — Subtrair o número 3 425 do número 7 568.

Solução — Comece por colocar o número maior em cima do menor e, abaixo deste, faça um traço horizontal, sob o qual você escreverá o resultado ou diferença entre ambos. Assim:

minuendo	7 568
subtraendo	3 425
resto, excesso ou diferença	4 143

Para efetuar a subtração, comece pela coluna da direita, ou seja a das unidades, tirando sucessivamente o valor de cada algarismo do subtraendo, do correspondente algarismo do diminuendo ou minuendo e escrevendo o resultado de cada uma destas subtrações parciais abaixo do traço horizontal. O número formado por estas diferenças parciais é o resultado procurado.

Quando no minuendo existirem algarismos de valor menor que o seu correspondente no subtraendo, proceda da seguinte maneira:

Exemplo 1 — Subtrair 844 de 8 453.

minuendo	8 453
subtraendo	844
resto	7 609 *Resp.*

Explicação — Como o algarismo 4 das unidades do subtraendo não pode ser subtraído de 3, da mesma ordem do minuendo, é necessário tirar uma unidade da ordem imediatamente superior, ou seja uma dezena, decompondo-a em unidades, as quais, somadas com as 3 que já tínhamos, dão 13 unidades. Agora já podemos subtrair, e diremos que de 4 a 13 vão 9, algarismo que escrevemos abaixo do traço horizontal, no lugar das unidades. Continuando a operação, vemos que, tendo tirado uma dezena das 5 do minuendo, ficamos reduzidos a 4, pelo que, servindo com a subtração, notamos que o segundo algarismo do resto é o 0, pois $4 - 4 = 0$, e este 0 deve ser escrito no lugar correspondente às dezenas. O algarismo seguinte, 8, também não pode ser tirado de 4. Por isso, é necessário recorrer ao mesmo subterfúgio de há pouco: tirar um aos 8 milhares, ou seja 10 centenas, que, somadas com as 4, dão 14. Isto permite continuar com a operação, pois que, subtraindo 8 de 14, ficam 6, que é o terceiro algarismo do resto. O 8 do minuendo da coluna dos milhares ficou reduzido a 7, e como no subtraendo não existem mais algarismos, baixa-se o 7, que é assim o quarto algarismo do resto e com o qual termina a subtração.

A operação de tirar 1 ao algarismo anterior do minuendo, faz-se colocando mentalmente 1 à esquerda, ou seja à frente do algarismo de que se quer subtrair. Assim, no exemplo anterior, o 1 que se tira ao 5, coloca-se mentalmente à frente do 3, obtendo-se 13, do qual se subtrai imediatamente 4. De maneira análoga, o 1 que se tira ao 8, colocado à esquerda do 4, transforma-se em 14, do qual se subtraem as 8 centenas do subtraendo.

Exemplo 2 — Numa inspeção feita a uma oficina, de 306 peças fabricadas, 14 foram rejeitadas por serem demasiado pequenas. Quantas peças foram aproveitadas?

Solução — O número de peças aproveitadas é representado pela diferença entre 306 e 14, operação que se resolve do seguinte modo:

minuendo..... 306
subtraendo..... 14
resto..... 292 *Resp.*

Explicação — De 4 para 6 vão 2, algarismo que se escreve no resto, no lugar correspondente às unidades. Prosseguindo, verificamos que não podemos tirar 1 de 0. Assim, torna-se necessário tirar 1 das 3 centenas, ou seja 10 dezenas, pelo que o 3 fica reduzido a 2. Para maior clareza, suponhamos que o minuendo se escreva da seguinte maneira:

minuendo ..... $^{10}306$
subtraendo..... 14
resto..... 292 *Resp.*

Então diremos: De 1 para 10 vão 9, e como no subtraendo não existe qualquer algarismo que represente as centenas, baixa-se ao seu correspondente lugar, no resto, o algarismo representativo de centenas do minuendo.

Exemplo 3 — De um depósito de 20 000 peças de maquinaria vária, tiraram-se 8 763. Quantas ficaram no armazém?

Solução — Para saber quantas peças ficaram no armazém, você deve subtrair da quantidade que havia em depósito, as que se tiraram, ou seja:

Peças armazenadas..... 20 000
Peças tiradas..... 8 763
Peças que ficaram..... 11 237 *Resp.*

Explicação — Como não podemos tirar 3 de 0, na coluna das unidades, toma-se uma dezena da coluna seguinte. Porém, tanto o algarismo desta como os das colunas seguintes são zeros. Assim, temos de continuar até as dezenas de milhar, onde está o algarismo 2, do qual tomamos 1 dezena de milhar, ou seja, 10 milhares que, somados com os milhares dão 10 + 0 = 10 milhares. Destes 10 milhares tomamos agora 1, ou seja, 10 centenas, que somaremos com a coluna das centenas: 10 + 0 = 10 centenas, e ficando 10 — 1 = 9 milhares. Igualmente, destas 10 centenas, tomamos 1, ou seja, 10 dezenas e juntamos à coluna das dezenas, ficando 10 — 1 = 9 centenas. Por último, tomamos 1 da dezena ou seja, 10 unidades, e a juntamos à coluna das unidades. Ficam 10 — 1 = 9 dezenas. Agora já podemos executar a operação, e o minuendo poderia ser escrito da seguinte forma:

minuendo..... $^{10}19\,990$
subtraendo..... 8 763
resto..... 11 237 *Resp.*

Direitos reservados

Diremos: de 3 para 10, 7; de 6 para 8, 2; de 7 para 9, 2; de 8 para 9, 1; de 0 para 1, 1. Esta maneira de proceder, tirando mentalmente uma unidade ao algarismo da ordem imediatamente superior do minuendo, pode ser substituída e simplificada, juntando também, imediatamente, uma unidade aos algarismos do subtraendo, o que nos conduz ao mesmo resultado. Sendo assim, diremos: 3 para 10, 7 e vai 1; 6 e 1, 7, para 10, 3 e vai 1; 7 e 1, 8 para 10, 2, e vai 1; 8 e 1, 9, para 10, 1, e vai 1; 0 e 1, 1, para 2, 1. Obtemos assim o mesmo resultado.

27. Regras para a subtração

Baseando-nos nos exemplos acima, podemos formular as seguintes regras:

1a. Regra –

Escreva-se o subtraendo abaixo do minuendo, de maneira que as unidades da mesma ordem se correspondam, isto é, unidades abaixo de unidades, dezenas abaixo de dezenas, etc., e faça-se um traço horizontal abaixo do subtraendo.

2a. Regra –

Subtraiam-se as unidades do subtraendo das correspondentes do minuendo, as dezenas das dezenas, etc., escrevendo os resultados abaixo do traço e no lugar correspondente a cada uma.

3a. Regra –

Se algum algarismo do minuendo for menor que o correspondente do subtraendo, junte-se 10 ao algarismo do minuendo, efetue-se a diferença e seguidamente tire-se 1 ao algarismo seguinte da esquerda do minuendo.

28. Prova da subtração

Adicione o resto ao subtraendo e o resultado deve ser o minuendo; do contrário a operação está errada.

Prova do Exemplo 3 acima.

subtraendo. 8 763
resto. 11 237
minuendo. . . . . 20 000 *Resp.*

29. Observações Gerais Sobre a Subtração

Você pode exercitar-se em achar as diferenças entre números pequenos, até adquirir grande rapidez e facilidade. Desenvolva a sua agilidade mental! Não é necessário nenhuma tabuada especial para efetuar a subtração. Basta reter na memória a tabuada de somar. ***Por exemplo:***

A soma de 7 e 6 é 13. Se você quiser subtrair 7 ou 6 de 13, o resto será forçosamente igual ao outro número. Assim, subtraindo 6 de 13, o resto será 7; subtraindo 7 de 13, o resto será 6.

Direitos reservados

Do mesmo modo, subtraindo 8 de 16, o resto será 8; subtraindo 9 de 13, o resto será 4. Aproveite algum tempo gasto em seus passeios, por exemplo, para rever, mentalmente, a tabuada de somar em sentido inverso, usando-a como tabuada de subtração.
Assim:

- Em vez de dizer mentalmente: 6 e 5 são 11, pergunte: "Qual o número que somado com 6 dá 11? "
  "Quanto devo juntar a 9 para obter 17? "
- Quando você tiver adquirido rapidez na soma, imediatamente e sem esforço mental, vai responder: 5 e 8, respectivamente.

30. Subtração em sentido inverso

Em certos casos, é necessário determinar o resto sem colocar o subtraendo abaixo do minuendo. Por exemplo: querendo obter a soma de uma série de números e subtrair esta soma de outro número dado, você ganha tempo e espaço, pondo o minuendo abaixo do subtraendo e diminuindo de cima para baixo.

Exemplo — Um comerciante ganhou em uma primeira transação Cr$ 23 159,00; e na segunda, Cr$ 9 329,00. Na terceira transação perdeu Cr$ 39 621,00 Quanto perdeu no total?

Solução — É claro que a perda final é a diferença entre o que perdeu na terceira transação e a soma do que ganhou nas 2 primeiras. A operação dispõe-se da seguinte maneira:

	23 159
	9 329
total ganho.....	32 488
perdido.....	39 621
total perdido.....	7 133 *Resp.*

Determinado o subtraendo 32 488, coloca-se abaixo dele o minuendo e subtrai-se de cima para baixo, usando qualquer dos dois métodos explicados.

Propriedades da Subtração

31. Propriedades da Subtração

1a. - A subtração não possui a propriedade de fechamento.

O que quer dizer que, subtraindo um número inteiro de outro número inteiro, o resultado não será, necessariamente, um número inteiro.
Exemplo: 25 (nº inteiro) − 38 (nº inteiro) = − 13 (nº não inteiro)

2a. - A subtração não é comutativa.

Direitos reservados

Ou seja, a ordem dos fatores altera o produto.

Exemplo: 14 — 8 não é o mesmo que 8 — 14 *ou* 14 — 8 ≠ 8 — 14
(diferente)

3a. - A subtração não tem elemento neutro.

O zero pode influir no resultado, modificando-o.

Exemplo: 0 — 8 não dá resto inteiro, alterando, assim o resultado.

Entretanto, observe que, se somarmos ou subtrairmos um mesmo número ao diminuendo e ao subtraendo, o resultado não se modificará.

Exemplo:

$$10 - 7 = 3$$
$$(10 + 4) - (7 + 4) = 14 - 11 = 3$$
$$(10 - 5) - (7 - 5) = 5 - 2 = 3$$

EXERCÍCIOS

1. *a)* Subtrair 62 574 de 94 278 — *a)* 31 704
   b) Subtrair 25 824 de 53 714 — *b)* 27 890
   c) Qual a diferença entre 71 832 e 58 109? — *c)* 13 723
   d) Quanto é 20 804 — 10 408? — *d)* 10 396

2. Uma fábrica que emprega 3 214 operários viu-se forçada a despedir 736. Quantos operários ficaram na fábrica?

   Resp.: 2 478

3. De um forno que continha 4 210 kg de metal fundido, verteram-se 2 785 kg nos moldes. Que quantidade ficou no forno?

   Resp.: 1 425 kg

4. A primeira leitura de um contador elétrico acusou 7 968 watts-hora, e a segunda 10 430. Qual foi o consumo de eletricidade entre as duas leituras?

   Resp.: 2 462 watts-hora

5. Uma central de força motriz tinha armazenada em 1.° de janeiro, 19 860 toneladas de carvão, e durante esse mês consumiu 3 100 toneladas. Que quantidade de carvão existirá em 1.° de fevereiro?

   Resp.: 16 760 t

6. O peso total de uma vagoneta de mina, carregada com carvão, é de 1 230 kg. Se a vagoneta pesar 448 kg, qual é o peso do carvão que transporta?

   Resp.: 782 kg

7. Uma pessoa devia Cr$ 4 000,00 e pagou Cr$ 1 850,00. Quanto ficou devendo ainda?

   Resp.: Cr$ 2 150,00

8. Tiraram-se de um depósito 1 037 kg de tubo de chumbo para completar uma canalização. Depois de executado o trabalho, sobraram 259 kg, que voltaram ao depósito. Qual foi a quantidade de chumbo empregada?

   Resp.: 778 kg

Direitos reservados

9. Uma fábrica de tecidos adquiriu, durante um mês, lã no valor de Cr$ 564 200,00, e ainda uma encomenda de algodão que custou Cr$ 383 400,00. De quanto foi mais cara a lã?

Resp.: 180 800,00

10. A distância entre Nova Iorque e Gibraltar é de 3 206 milhas. Um vapor que saiu de Nova Iorque para Gibraltar percorreu 1 215 milhas. A que distância estava, então, deste último porto?

Resp.: 1 991 milhas

32. Complemento Aritmético

Complemento aritmético de um número é a diferença existente entre este número e a unidade de ordem imediatamente superior ao mesmo. Exemplificando:

a) O complemento Aritmético de 6 é 4, pois subtraindo-se 6 da ordem imediatamente superior (dezenas), a diferença será: 10 − 6 = 4.

b) O complemento Aritmético de 47 é 53, pois 100 − 47 = 53.

c) O complemento aritmético de 5 874 é 4 126. pois 10 000 − 5 874 = 4 126.

Multiplicação

33. Definição

Multiplicar um número é somá-lo consigo mesmo um certo número de vezes.

A multiplicação é um método abreviado de somar e que é empregado quando se pretende somar um grande número de parcelas iguais.

Assim, se você quer saber o resultado que se pode obter somando 3 vezes o número 4, empregue o método da adição e terá: 4 + 4 + 4 = 12. Agora, se você quiser o resultado de 13 976 somado 99 vezes consigo próprio, o método da adição será excessivamente demorado. Neste caso, o método mais rápido é o da multiplicação.

- ***Multiplicando*** é o nome que se dá ao número que deve ser multiplicado.
- ***Multiplicador*** é o nome que se dá ao número de vezes que o multiplicando deve repetir-se, ou seja, pelo qual se deve multiplicar.

O sinal de multiplicação é x e lê-se: ***vezes*** ou ***multiplicado por.*** Assim: 9 x 6 lê-se: 9 ***multiplicado por*** 6 ou, 9 ***vezes*** 6.

- ***Produto*** — É o resultado obtido na operação de multiplicação. Assim: 40 x 8 = 320 lê-se: 40 ***vezes*** 8 ***igual a*** 320 (onde 40 é o multiplicando, 8, o multiplicador e 320, o produto).
- ***Fatores*** é o nome que se dá aos dois ou mais números que intervêm na multiplicação.

Exemplo:

4 x 3 x 2 = 24 *ou*
4 x 2 x 3 = 24 *ou*
3 x 4 x 2 = 24

4, 3 e 2 são fatores e 24 é o produto.

(Observe que a ordem dos fatores não altera o produto).

Direitos reservados

34. Regras para multiplicar

1a. Regra —

Escreva o multiplicador abaixo do multiplicando, de forma que em ambos se correspondam as unidades da mesma ordem.

2a. Regra —

Comece pela direita, multiplicando cada algarismo do multiplicador por todos os do multiplicando e coloque o primeiro algarismo da direita de cada produto parcial, na mesma coluna vertical que a correspondente ao algarismo do multiplicador.

3a. Regra —

A soma dos produtos parciais será o produto procurado.

35. Multiplicar um número qualquer por outro de um só algarismo

A aplicação das regras anteriores, quando se trata de multiplicar um número qualquer por outro constituído por um só algarismo, pode ser compreendida melhor com o seguinte exemplo:

Exemplo — Multiplicar 425 por 5.

Solução — De acordo com a 1a. regra, o multiplicador 5 deverá ser escrito abaixo do 5 do multiplicando: 5 x 5 = 25. O algarismo 5 deste produto parcial será escrito abaixo da linha horizontal, de modo que fique na mesma coluna vertical do 5 do multiplicador, e as 2 dezenas vão somar-se ao produto de 5 x 2. Assim, 5 x 2 + 2 = 12. Deste resultado, o 2 deve ser escrito no lugar correspondente às dezenas do produto, e o 1 junta-se ao produto de 5 x 4. Assim, 5 x 4 + 1 = 21, algarismos que se escrevem no produto, porque o multiplicando não tem mais algarismos, e a operação fica terminada.

multiplicando	425	
multiplicador	5	
produto	2 125	*Resp.*

Você poderia chegar ao mesmo resultado, somando cinco vezes o número 425, assim:

	425
	425
	425
	425
	425
soma	2 125

36. Multiplicar um Número Qualquer por Outro de dois ou mais Algarismos

O exemplo a seguir mostra a aplicação das regras para multiplicar nos casos em que o multiplicador é formado por dois ou mais algarismos.

Exemplo — Multiplicar 475 por 234.

Direitos Reservados

multiplicando	475	
multiplicador	x 234	
primeiro produto parcial	1900	
segundo produto parcial	1425	
terceiro produto parcial	950	
produto	111150	*Resp.*

Solução — Procedendo da forma indicada na 2a. regra, diremos: 4 x 5 = 20. Escreve-se o 0 no primeiro produto parcial, no lugar destinado às unidades, e o 2 junta-se ao produto das dezenas, ou seja, 4 x 7 = 28 e 28 + 2 = 30. Escreve-se o zero e toma-se o 3 para se juntar ao produto das centenas. Assim, 4 x 4 = 16; e 16 + 3 = 19, o que completa o primeiro produto parcial 1 900. Depois procede-se da mesma maneira com o segundo algarismo do multiplicador, obtendo-se 3 x 5 = 15. Escreve-se o 5 no lugar correspondente ao segundo produto parcial e abaixo da mesma coluna que o 3. Junta-se o 1 ao produto seguinte, obtendo-se, assim, 3 x 7 = 21; 21 + 1 = 22. Colocando as unidades, 2, ao lado do 5 no segundo produto parcial, eleva-se o 2 das dezenas ao seguinte; 3 x 4 = 12, 12 + 2 = 14, com o que se completa o segundo produto parcial 1 425. Agora, passamos ao último algarismo do multiplicador, 2, multiplicando 2 x 5 = 10. Escreve-se o 0 no lugar correspondente ao terceiro produto parcial, abaixo da mesma coluna que o 2, e o 1 junta-se ao produto de 2 x 7 = 14; e 14 + 1 = 15; escreve-se o 5 e toma-se o 1 que será somado no produto de 2 x 4 = 8, e 8 + 1 = 9, com o que se completa o terceiro produto parcial 950. Segundo a 3a. Regra, a soma dos três produtos parciais, assim obtidos, ou seja, 111 150, será o produto total desejado.

37. Prova da Multiplicação

A prova da multiplicação consiste em rever cuidadosamente a operação, em multiplicar o multiplicador pelo multiplicando. Se o produto obtido for igual, é sinal de que a operação está provavelmente certa.

38. Caso em que o multiplicador tem Zeros

Quando no multiplicador existem zeros, multiplicam-se estes como se fosse um algarismo qualquer. Veja os seguintes exemplos:

a)	b)	c)	d)
0	2	15	708
x 0	x 0	x 0	x 0
0 *Resp.*	0 *Resp.*	00 *Resp.*	000 *Resp.*

e)	f)	g)
3114	4008	31264
x 203	x 305	x 1002
9342	20040	62528
0000	0000	00000
6228	12024	00000
		31264
632142 *Resp.*	1222440 *Resp.*	31326528 *Resp.*

Direitos Reservados

Quando o multiplicador tiver um ou mais zeros, você pode abreviar a operação, escrevendo unicamente o primeiro zero do produto parcial no lugar que lhe corresponde, e à sua esquerda escreverá o produto parcial que se segue. Ou melhor, você prescinde dos zeros e multiplica logo pelo algarismo seguinte, tendo em conta que o primeiro algarismo de cada produto parcial deve ficar sempre abaixo do algarismo do multiplicador que lhe deu origem.

Exemplo – Multiplicar 213 por 407.

Solução –

$$\begin{array}{r} 213 \\ \times 407 \\ \hline 1491 \\ 852 \\ \hline 86691 \end{array} \quad \textit{Resp.}$$

Explicação – Observe que, uma vez obtido o primeiro produto parcial, como o algarismo seguinte do multiplicando é 0, não se faz caso dele e passa-se a multiplicar 4 por 3 = 12, colocando o 2 na coluna correspondente ao multiplicador 4. O resto da operação não necessita de qualquer elucidação.

Assim, as soluções dos exemplos e) e g), do item 38 podem ser escritas do seguinte modo:

$$\begin{array}{r} 3114 \\ \times 203 \\ \hline 9342 \\ 62280 \\ \hline 632142 \end{array} \quad \textit{Resp.} \qquad\qquad \begin{array}{r} 31264 \\ \times 1002 \\ \hline 62528 \\ 3126400 \\ \hline 31326528 \end{array} \quad \textit{Resp.}$$

Se existirem zeros à direita do multiplicador, podem ser omitidos ao efetuar a operação, mas deverão ser acrescidos, depois, ao produto.

Exemplo – Multiplicar 2 675 por 3 900.

Solução –

$$\begin{array}{r} 2675 \\ \times 3900 \\ \hline 24075 \\ 8025 \\ \hline 10432500 \end{array} \quad \textit{Resp.}$$

Explicação – Nos casos como este, o multiplicador deve ser escrito de modo que os zeros colocados à sua direita fiquem fora do lugar que ocupam as unidades do multiplicando. Efetuando o produto, os dois zeros baixam-se verticalmente e colocam-se à direita deste.

39. Caso em que o Multiplicando Termina em Zeros

Se o multiplicando terminar em um ou mais zeros, o modo de proceder será análogo ao explicado no exemplo anterior.

Direitos reservados

Exemplo — Multiplicar 4907600 por 487.

$$\begin{array}{r} 4907600 \\ \times\ 487 \\ \hline 343532 \\ 392608 \\ 196304 \\ \hline 2390001200 \end{array}$$ *Resp.*

Se os dois fatores terminarem em zeros, você deverá colocar os dígitos à esquerda, isto é, todos os algarismos que não sejam zeros, uns abaixo dos outros, como mostram os exemplos precedentes. E juntar logo à direita do último algarismo do produto, um número de zeros igual à soma dos contidos nos dois fatores.

Exemplo — Multiplicar 590000 por 420.

Solução —

$$\begin{array}{r} 590000 \\ \times\ 420 \\ \hline 118 \\ 236 \\ \hline 247800000 \end{array}$$ *Resp.*

Explicação — Neste caso, os zeros contidos à direita dos algarismos significativos ou números dígitos, nos dois fatores, são 5. Conseqüentemente, é 5 o número de zeros que você deve juntar à direita do produto 2478.

Propriedades da Multiplicação

40. Propriedades da Multiplicação

1a. - ***Fechamento*** — O produto de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

Exemplo — 15 (nº inteiro) x 4 (nº inteiro) = 60 (nº inteiro).

2a. - ***Comutativa*** — A ordem dos fatores não altera o produto.

Exemplo — $15 \times 4 = 60$ *ou* $4 \times 15 = 60$

3a. - ***Possui o elemento neutro*** — Neste caso é o número 1, pois multiplicando-se qualquer número pela unidade, o resultado será o mesmo número.

Exemplo — 15 x 1 = 15
4 x 1 = 4

4a. - ***Associativa*** — Dois ou mais fatores podem ser substituídos pelos seus respectivos produtos, sem alterar o resultado.

Exemplo — 2 x 3 x 8 x 6 = 288
(2 x 3) x 8 x 6 = 6 x 8 x 6 = 288
(2 x 3) x (8 x 6) = 6 x 48 = 288

5a. - ***Distributiva*** — Multiplicando-se um número pelas parcelas de uma soma ou pelos termos de uma subtração, a soma ou a diferença não se alteram.

Exemplos: *a)* 5 x (8 + 12) = 5 x 20 = 100
(5 x 8) + (5 x 12) = 40 + 60 = 100
b) 8 x (32 − 22) = 8 x 10 = 80
(8 x 32) − (8 x 22) = 256 − 176 = 80

Observe que para obter o produto de qualquer número por 10, 100, 1 000... (etc.), basta acrescentar à direita do número tantos zeros quantos tiver o multiplicador. Exemplos:

16 x 100 = 1 600
138 x 100 = 13 800
527 x 1 000 = 527 000 (etc.).

EXERCÍCIOS

1. Efetue o produto dos seguintes números:
   a) 61 483 x 6
   b) 12 375 x 5
   c) 4 836 x 47
   d) 3 257 x 246
   e) 2 875 x 302
   f) 17 819 x 1 004

   Resp.: *a)* 368 898; *b)* 61 875; *c)* 227 292; *d)* 801 222; *e)* 868 250; *f)* 17 890 276

2. Uma máquina de brunir acaba, diariamente, 48 peças. Determine o rendimento desta máquina durante um ano de 296 dias úteis.

   Resp.: 14 208 peças

3. Qual é o peso total do ferro fundido contido em 649 bombas, se o ferro fundido existente em cada uma pesa 37 kg?

   Resp.: 24 013 kg

4. Um lavrador possui 315 cabeças de gado, avaliadas em Cr$ 20 000,00 cada. Qual o valor das 315 cabeças de gado?

   Resp.: Cr$ 6 300 000,00.

5. Uma fábrica de tecidos tem 1 830 teares, cada um dos quais produz 175 m de pano por semana. Qual é a produção semanal da fábrica?

   Resp.: 320 250 m

Direitos reservados

6. Uma máquina limadora apronta 50 peças durante um dia. Qual é o rendimento da máquina num ano de 306 dias de trabalho?

Resp.: 15 300 peças

7. A distância percorrida durante 24 horas, por um barco, é de 432 milhas. Qual é a distância percorrida num mês de 30 dias?

Resp.: 12 960 milhas

8. Uma caldeira tubular tem 144 tubos, que, devido ao seu serviço continuado, têm de ser substituídos por outros novos. Se cada tubo vale Cr$ 50 000,00, quanto custará a compra?

Resp.: 7 200 000,00

9. Uma sementeira de trigo de 40635 hectares produz um rendimento médio de 13 hectolitros por hectare. Qual é o rendimento total do trigal?

Resp.: 528 255 hectolitros

10. Uma central de vapor tem armazenados 38 barris de óleo, cada um dos quais contém 170 litros. Qual a quantidade total de óleo existente em depósito?

Resp.: 6 460 litros

Divisão

41. Definições

Divisão é a operação que determina quantas vezes um número está contido em outro.

A divisão serve para repartir (dividir) um número em uma certa quantidade de partes iguais. Por exemplo: se você quiser saber em quantas partes é possível dividir uma vara de aço de 90 cm de comprimento, considerando-se que cada parte deve ter 5 cm, basta fazer a operação, dividindo 90 por 5. Da mesma forma, se você desejar repartir 1500 cruzeiros, em partes iguais, por 5 pessoas, para saber quanto receberá cada pessoa, basta dividir 1500 por 5.

- ***Dividendo*** é o nome que se dá ao número que se quer dividir em partes iguais.
- ***Divisor*** é o nome que se dá ao número pelo qual se divide.
- ***Quociente*** é o resultado da divisão do dividendo pelo divisor. O quociente indica quantas vezes o dividendo contém o divisor.

O sinal de divisão é : ou ÷ e lê-se:

Dividido por ou ***a dividir por*** *

54 ÷ 9 significa que 54 (dividendo) deve ser dividido por 9 (divisor).

A divisão pode ser indicada também por meio de um traço horizontal ou oblíquo, que separa o dividendo do divisor:

$$\frac{54}{9} = 54/9 = 54 \div 9 = 54 : 9 = 6.$$

* Em alguns países, como, por exemplo, Inglaterra e Estados Unidos, também se emprega o sinal ÷ em vez de : Assim, 54 ÷ 9 = 6.

Direitos reservados

Nestes quatro casos, 54 é o dividendo, 9 é o divisor e 6 é o quociente.
Lembre-se que:

A divisão é a operação inversa da multiplicação.

A multiplicação junta um certo número de partes iguais, para formar um todo.
A divisão divide um número em partes iguais ou fatores.

42. Princípio Fundamental da Divisão

O ***dividendo*** é sempre igual ao produto do divisor pelo quociente.

Exemplo: $10 \div 5 = 2$ *e* $10 = 5 \times 2$

43. Resto

Muitas vezes o dividendo não pode conter o divisor um número exato de vezes. Neste caso, você deve dividir pelo divisor o maior número que, sendo menor que o dividendo, seja divisível pelo divisor.
Exemplo: $14 \div 3$.
Você observa facilmente que a divisão não será exata pois 14 está compreendido entre 3×4 e 3×5. Não há, portanto, um número inteiro que multiplicado por 3 dê 14.

Neste caso toma-se o número 12 e divide-se por 3, o que dá 4. Como de 12 a 14 vão 2, ficam estas unidades por dividir. Este 2 chama-se ***resto*** da operação e coloca-se junto ao quociente com o divisor por baixo, separados por um traço horizontal, assim:

$$14 \div 3 = 4\ \frac{2}{3}.$$

Mais adiante, você aprenderá o que significa esta forma de representação.
Sempre que a divisão não for exata, o dividendo será igual ao produto do divisor pelo quociente, mais o resto. Assim, no exemplo anterior: $14 = 3 \times 4 + 2$.

44. Regras para Dividir

1a. Regra —
Coloque o divisor à direita do dividendo e isole este, por meio de dois traços: um vertical entre eles, e outro horizontal por baixo do divisor.

2a. Regra —
Começando pela esquerda do dividendo, determine as vezes que o divisor está contido no menor número possível de algarismos do dividendo, e escreva o resultado como primeiro algarismo do quociente, abaixo do primeiro algarismo do divisor.

3a. Regra —
Multiplique o divisor pelo algarismo que se determinou. Coloque o produto abaixo do dividendo parcial utilizado e subtraia dele. À direita do resto obtido,

Direitos reservados

coloque o algarismo seguinte do dividendo. O número assim formado, que é o novo dividendo parcial, divide-se novamente pelo divisor, como anteriormente explicado, continuando a operação do mesmo modo, até serem utilizados todos os algarismos do dividendo.

4a. Regra –

Se algum dividendo parcial não contém o divisor, isto é, se for menor do que este, põe-se um zero no quociente e baixa-se o algarismo seguinte do dividendo, continuando a divisão como foi explicado anteriormente.

5a. Regra –

Se, depois de ter sido baixado o último algarismo do dividendo, ficar um resto, coloca-se aquele a seguir no quociente, escrevendo abaixo dele o divisor, como se explicou no número precedente.

45. Dividir um Número de Vários Algarismos por Outro de um só

Quando o divisor é constituído por um só algarismo e o dividendo por vários, procede-se como no seguinte exemplo:

Exemplo – Qual o quociente de 861 ÷ 7?

Solução – Escreva o dividendo e o divisor como se disse na 1a. Regra enunciada no item 44. De acordo com a 2a. Regra, o primeiro algarismo da esquerda do dividendo é 8, o qual contém o divisor 7 uma só vez. Escreva, pois, o 1 no quociente, e de acordo com a 2a. Regra, o produto de 1 x 7, ou seja, 7, deve ser escrito abaixo do 8. Subtraindo estes, você terá 1, à direita do qual se escreve o 6, que é o algarismo do dividendo que seguidamente se baixa, obtendo, assim, 16 como primeiro dividendo parcial.

dividendo	861	7 divisor
	7	123 quociente
primeiro dividendo parcial	16	
	14	
segundo dividendo parcial	21	
	21	
	0	

Como este novo dividendo contém 2 vezes o divisor 7, você escreverá, pois, o 2 à direita do 1 no quociente. O produto 2 x 7, ou seja, 14, será escrito abaixo do 16. Faça a subtração, e à direita do 2, que é a diferença, baixe o algarismo seguinte, 1, do dividendo, obtendo 21 como segundo dividendo parcial. O divisor 7 está contido 3 vezes neste dividendo. Escreva, pois, 3 a seguir ao 2 do quociente, e o produto de 3 x 7, ou seja, 21, escreva abaixo do segundo dividendo parcial, do qual você subtrai, obtendo 0. Como já foram baixados todos os algarismos do dividendo, a operação está terminada, tendo-se obtido 123 como resultado ou quociente.

Direitos reservados

46. Divisor Contendo Vários Algarismos

Quando o divisor é constituído por vários algarismos, você pode empregar um desses dois métodos: 1) ***o método completo;*** 2) ***o método abreviado.*** O método completo dá uma idéia mais clara das operações e dos princípios empregados e é mais simples, ainda que mais moroso; o abreviado economiza tempo e espaço e emprega-se, vulgarmente, na prática, sendo recomendado ao estudante. O primeiro é mais vantajoso, quando o quociente é muito grande, pois, como é provável que se repitam os algarismos do quociente, você não terá de multiplicar pelo divisor mais de uma vez, evitando assim trabalho e possibilidade de erros.

Exemplo 1 — Dividir 18 278 por 38.

Solução — a) ***Método completo — A operação dispõe-se da seguinte forma:***

dividendo	18278	38	*divisor*
	152	481	*quociente*
	307		
	304		
	38		
	38		
	0		*resto*

Veja primeiramente se o divisor cabe no número constituído pelos dois primeiros algarismos do dividendo, isto é, em 18. Como não cabe, tome os três primeiros, ou seja, 182, que constitui o primeiro dividendo parcial. Agora calcule por tentativas o número de vezes que 3 cabe em 18. O número calculado é 6, porém, ao multiplicar por 38, você verifica que o produto é maior que 182. O 5 também dá um produto maior: tome então o 4, cujo produto por 38 é menor que 182. Este algarismo 4, que é o primeiro do quociente, deve ser colocado abaixo do divisor e multiplicado por ele. O produto, 152, e colocado abaixo do primeiro dividendo parcial, do qual você subtrai. À direita do resto, 30, coloque o algarismo seguinte, 7, do dividendo, isto é, baixe o 7. O número 307, assim obtido, é o segundo dividendo parcial. Por tentativas, você vê que 38 cabe 8 vezes em 307. Coloque o 8 à direita do 4 no quociente, e multiplique pelo divisor. O produto, 304, deve ser colocado por baixo do dividendo parcial, do qual você subtrai. O resto é 3. Baixando o 8 do dividendo, você obtém um novo dividendo parcial, 38, no qual o divisor cabe uma vez. O novo algarismo do quociente será 1, o qual se multiplica pelo divisor. O produto, 38, deve ser subtraído do dividendo parcial, o que dá 0, isto é, não há resto. Isto indica que o dividendo é exatamente divisível pelo divisor, estando este contido naquele 481 vezes, número que constitui o quociente.

b) ***Método abreviado — A operação dispõe-se assim:***

dividendo	18278	38	*divisor*
	307	481	*quociente*
	38		
	0		

Direitos reservados

Determinado o primeiro algarismo, 4, do quociente, da mesma forma que no método completo, você multiplica o divisor por ele mas, em vez de escrever o produto abaixo de 182 para subtraí-lo, a subtração vai-se fazendo mentalmente conforme se vai multiplicando; assim, 4 por 8, 32. Subtraia 2 de 2 do dividendo par , o que dá 0, e vão 3. Logo, 4 vezes 3, 12, e 3 que iam, 15, para 18, 3. Baixe o 7 e você obterá o segundo algarismo do quociente, 8, como no exemplo anterior. Depois, 8 vezes 8, 64, para 67, 3; 8 vezes 3, 24 e 6, 30; para 30, 0. Não se coloca o zero por ser desnecessário. Baixe o 8. Você verá que o produto de 1 por 38 é 38. Ao subtraí-lo do último dividendo parcial, você terá o resto 0.

Exemplo 2 — Dividir 461 622 por 87.

Solução — Empregaremos agora somente o método abreviado, chamando a atenção sobre certos pormenores que não apareceram no exemplo anterior:

dividendo	461622	87	*divisor*
	266	5306	*quociente*
	522		
	0		

Determinando o primeiro algarismo, 5, do quociente, dividindo 461 por 87, você começa por multiplicar 5 por 87, subtraindo o resultado de 461. Ao multiplicar 5 por 7, você obtém 35, cujo último algarismo não pode subtrair-se de 1. Então, você dirá: 5 vezes 7, 35, para 41, 6, e vão 4 (de 41); 5 vezes 8, 40, e 4, 44 para 46, 2. Baixe o 6 do dividendo. O resto seguinte é 5, e o dividendo parcial, depois de baixar o 2, é 52. Como 87 não cabe em 52, coloque 0 no quociente e baixe o outro 2 do dividendo, o que dá 522, que se divide pelo divisor.

47. Prova da Divisão

Para tirar a prova de uma divisão, multiplique o quociente pelo divisor, e o produto, assim obtido, junte ao resto, se houver. O resultado deve ser igual ou dividendo.

Exemplo — Você pode comprovar a exatidão do resultado da divisão que se segue, multiplicando 42 902 por 63 e juntando ao produto o resto 13, devendo obter um número igual ao dividendo.

2702839 | 63	
182	42902
568	
0139	
13	

quociente	42902
divisor	63
	128706
	257412
produto	2702826
resto	13
dividendo	2702839

Direitos reservados

48. Emprego da Divisão

A aplicação da divisão à resolução de certos problemas práticos pode ser compreendida mediante os seguites exemplos:

Exemplo 1 — Se 108 esferográficas custaram Cr$ 4 860,00, quanto custou cada esferográfica?

Solução — Se soubéssemos o preço de cada esferográfica e o multiplicássemos por 108, obteríamos o preço total das 108 esferográficas, ou seja,Cr$ 4 860,00, igual ao produto de 108 pelo preço de cada esferográfica. Como em qualquer divisão, o dividendo é igual ao produto do divisor pelo quociente, tomamos Cr$ 4 860,00 para dividendo e 108 para divisor. O quociente será o preço que procuramos. Este preço é, pois, Cr$ 4860,00 ÷ 108 = 45,00. Agora, verifique você mesmo o resultado.

Exemplo 2 — A pressão total sobre a superfície de um embolo é de 10 395 kg. Se esta superfície for de 385 cm^2, qual a pressão por centímetro quadrado?

Solução — Como a pressão sobre cada centímetro quadrado, multiplicada pelo número de centímetros quadrados, 385, deve ser igual à pressão total, 10 395, resulta, como no exemplo anterior, que a pressão sobre cada centímetro quadrado é 10395 ÷ 385= 27. Execute a divisão para verificar o resultado.

49. Dividendo e Divisor terminados em Zeros

Se o divisor termina em zeros, é preciso — para que a divisão seja exata — que o dividendo termine, pelo menos, com o mesmo número de zeros que o divisor. Se assim for, não se faz caso dos zeros do divisor nem do igual número de zeros do dividendo, e dividem-se os resultados. Assim, para dividir 48 000 por 600, bastará dividir 480 por 6, o que dá 80.

Se o divisor for formado pela unidade seguida de zeros, você obterá o quociente suprimindo, no dividendo, tantos zeros quantos haja no divisor. Assim:

4 000 ÷ 1 000 = 4
340 000 ÷ 100 = 3 400
7 500 ÷ 100 = 75
17 950 ÷ 10 = 1 795

Propriedades da Divisão

50. Propriedades da Divisão

1a. - A divisão não possui a propriedade de fechamento.

O que quer dizer que o resultado da divisão de dois números inteiros não é, necessariamente, um número inteiro.

Exemplo — 6 (nº inteiro) ÷ 8 (nº inteiro) = 0,75 (nº não inteiro)

Direitos reservados

2a. - A divisão não é comutativa.

Ou seja, a ordem entre o dividendo e o divisor altera o quociente.

Exemplo — $8 \div 4 = 2$

$4 \div 8 = 0{,}5$

3a. - A divisão não possui o elemento neutro.
(nem zero, nem 1).

Exemplo — $5 \div 1 = 5$, ***mas*** $1 \div 5 = 0{,}2$

$0 \div 5 = 0$, ***mas*** $5 \div 0$ (o resultado é impossível!)

4a. - A subtração ou a soma são distributivas quanto à divisão.

Exemplos:

a) $(4 + 6) \div 2 = 5$; $\quad (4 \div 2) + (6 \div 2) = 2 + 3 = 5$

b) $)8 - 4) \div 2 = 2$; $\quad (8 \div 2) - (4 \div 2) = 4 - 2 = 2$

Quando a soma (ou a subtração) for o divisor da operação, a propriedade deixa de existir.

Exemplos:

a) $12 \div (4 + 2) = 12 \div 6 = 2$; $\quad (12 \div 4) + (12 \div 2) = 3 + 6 = 9$

b) $16 \div (4 - 2) = 16 \div 2 = 8$; $\quad (16 \div 4) - (16 \div 2) = 4 - 8 = -4$

Observação: Se você multiplicar ou dividir o dividendo e o divisor por um mesmo número, o quociente não será alterado. Exemplos:

a) $12 \div 4 = 3$; $\quad (12 \times 2) \div (4 \times 2) = 24 \div 8 = 3$

b) $16 \div 8 = 2$; $\quad (16 \div 4) \div (8 \div 4) = 4 \div 2 = 2$

EXERCÍCIOS

1. Execute as seguintes divisões:
   - ***a)*** 126 498 por 58
   - ***b)*** 3 207 594 por 767
   - ***c)*** 11 408 202 por 234
   - ***d)*** 2 100 315 por 581

   Resp.: ***a)*** 2 181; ***b)*** 4 182; ***c)*** 48 753; ***d)*** 3 615

2. Um certo número de peças para fundição pesa 11 060 kg. Supondo que todas elas sejam iguais e que cada uma pese 28 kg, quantas peças haverá ao todo?

   Resp.: 395

3. Se o motor de uma máquina efetuar 9 730 rotações em 35 minutos, quantas rotações fará por minuto?

   Resp.: 278 rot.

4. Se a velocidade do som é, em certas condições, de 341 m por segundo, quanto tempo é necessário para percorrer 7 161 m?

   Resp.: 21 seg.

Direitos reservados

5. Uma companhia de navegação emprega 85 foguistas, aos quais paga semanalmente Cr$ 1 700 000,00. Se o salário for igual para todos, quanto ganha semanalmente cada um dos foguistas?

Resp.: Cr$ 20 000,00

6. Uma rede de canalização é formada por 4 canos, cada um com 135 m de comprimento. Se cada peça de cano tiver 6 m de comprimento, quantas peças serão necessárias para construir esta rede?

Resp.: 90

7. Paguei Cr$ 1 440,00 por uma dúzia de lâmpadas elétricas de 25 velas. Quanto custou cada lâmpada?

Resp.: Cr$ 120,00

8. Para transportar 46 336 kg de carvão, são necessários 16 carros. Quantos kg leva cada carro?

Resp.: 2 896 kg

9. Uma fábrica de tecidos comprou algodão no valor de Cr$ 25 200,00 pagando Cr$ 84,00 por novelo. Quantos novelos foram comprados?

Resp.: 300 novelos

10. Se 30 depósitos iguais contêm 125 490 litros de água, qual a capacidade de cada um?

Resp.: 4 183 litros

Combinação de Operações Aritméticas

51. Ordem das Operações

Os diferentes sinais, empregados para indicar as operações aritméticas, como, por exemplo + , − , x , ÷ , são chamados ***símbolos.***

À combinação entre um conjunto de números e vários símbolos, dá-se o nome de ***expressão.***

Exemplo: 4 + 8 − 3 x 2 + 10 ÷ 5.

Esta expressão indica que devemos subtrair o produto 3 x 2 à soma 4 + 8 e somar o resultado obtido ao quociente da divisão 10 ÷ 5. Para que você obtenha resultados corretos, é preciso que as operações indicadas na expressão sejam executadas segundo uma ordem determinada. Assim:

1º − Multiplicar
2º − Dividir
3º − Somar e subtrair.

Aplicando esta ordem ao exemplo acima, você terá: 3 x 2 = 6 e 10 ÷ 5 = 2. A expressão ficará reduzida a 4 + 8 − 6 + 2. Executando as operações indicadas pelos símbolos, ***da esquerda para a direita,*** você obtém o resultado final correto, igual a 8.

Direitos reservados

52. Uso dos Parênteses

Os parênteses ( ) indicam que os números compreendidos dentro deles devem ser considerados como um todo em relação aos símbolos aritméticos que os precedem ou antecedem.

Lembre-se, portanto, que as operações indicadas dentro das parênteses são as que você deve, sempre, executar em primeiro lugar.

Exemplo: $13 \times (8 - 3)$
Para resolver esta expressão, execute, primeiramente, a subtração indicada $8 - 3$ e multiplique o resultado por 13.
Assim: $13 \times (8 - 3) = 13 \times 5 = 65$.

Observação: Se não existissem os parênteses, você resolveria a expressão obedecendo diretamente a ordem de operações exposta no item 51. Assim:
$13 \times 8 - 3 = 104 - 3 = 101$.

Outro exemplo: $2 \times (8 - 3) = 2 \times 5 = 10$.
mas, não existindo os parênteses:
$2 \times 8 - 3$
a multiplicação deve preceder a subtração e você terá: $2 \times 8 = 16$ e $16 - 3 = 13$.

53. Exemplos

Você compreenderá melhor a aplicação das regras anteriores, estudando os seguintes exemplos:

Exemplo 1 — Determinar o valor da expressão:

$$4 \times 24 - 8 + 17$$

Solução — Executando as operações indicadas, da maneira explicada no item 51, você terá:

$$4 \times 24 = 96;\ 96 - 8 = 88;\ 88 + 17 = 105$$

Exemplo 2 — Determinar o valor da expressão:

$$1\,296 \div 12 + 160 - 22 \times 3$$

Solução — Execute em primeiro lugar a multiplicação e a divisão. Assim, $22 \times 3 = 66$; $1296 \div 12 = 108$. A expressão dada pode, pois, ser escrita agora: $108 + 160 - 66$. Continuando as operações, da esquerda para a direita, você terá:

$$108 + 160 = 268 - 66 = 202.$$

Exemplo 3 — Simplificar a seguinte expressão:

$$(26 - 4) \times (16 + 4)$$

Solução — Execute primeiramente as operações indicadas dentro dos parênteses. Assim: $(26 - 4) = 22$ e $(16 + 4) = 20$ e por último $22 \times 20 = 440$.

Direitos reservados

Exemplo 4 — Resolver a expressão (26 — 4) x 16 + 4.

Solução — Em primeiro lugar, execute o que está dentro dos parênteses, isto é, (26 — 4) = 22. Depois, a multiplicação 22 x 16 = 352 e, por fim, 352 + 4 = 356.

Exemplo 5 — Simplificar a expressão:

$$5 \times 4 - 21 \div 7 - (15 - 5 + 4)$$

Solução — Primeiramente elimine os parênteses, executando as operações indicadas neles. Assim, subtraindo 5 de 15, ficam 10, número este ao qual se somam 4, resultando 14. Você chegaria ao mesmo resultado, se somasse 4 a 15, o que daria 19, e subtraísse 5, ou seja, 19 — 5 = 14. Depois, execute a multiplicação e, a seguir, a divisão. Assim:
5 x 4 = 20, e 21 ÷ 7 = 3. A expressão reduz-se, então, a 20 — 3 — 14, isto é, 20 — 3 = 17 e 17 — 14 = 3.

Observação: Para verificar a importância destas regras, compare os resultados obtidos nos exemplos números 3 e 4. A única diferença existente entre eles é a de omissão dos parênteses no 4.º exemplo. Apenas por isto os resultados diferem de 440 — 356 = 84.

EXERCÍCIOS

1. Determine o valor das seguintes expressões:
   a) (8 + 5 — 1) ÷ 4
   b) 5 x 24 — 32
   c) 5 x 24 ÷ 15
   d) 144 — 5 x 24
   e) 2 080 + 120 — 80 x 4 — 1 670
   f) (90 + 60) ÷ (2 x 5)

Resp.:
a) 3
b) 88
c) 8
d) 24
e) 210
f) 15

Equações Aritméticas Simples

54. Definição

Equação é a expressão na qual duas quantidades estão separadas pelo sinal de igualdade =.

O termo ***quantidade*** refere-se, neste caso, a um ou mais números, conhecidos e desconhecidos, combinados por símbolos aritméticos.
Exemplo: O número ***8*** é uma quantidade, assim como ***5 + 3*** também é uma quantidade.
Estas duas quantidades são iguais. E se forem combinadas por meio de igualdade, isto é, 5 + 3 = 8, teremos uma ***equação simples.***

Outros exemplos: 6 + 2 + 1 = 9 ; 4 + 5 + 7 = 10 + 6 — ***equações simples***

Direitos reservados

55. Resolução de Equações

Em todas as equações existem, geralmente, quantidades desconhecidas, cujo valor é preciso determinar. Essas quantidades desconhecidas são designadas, simbolicamente, por letras (Em geral as últimas do alfabeto: x, y, z, etc.).
Acompanhe, agora, alguns exemplos de equações simples. Você vai compreender melhor os processos que devem ser adotados para resolvê-las.

Exemplo 1 — Achar o valor de X na equação $5 + 2 = X$.

Solução — A soma de 5 e 2 é 7; por isso o valor de X é 7.

Exemplo 2 — Qual o valor de X na equação $9 + X = 15$?

Solução — Neste caso torna-se necessário encontrar um número que somado com 9 dê 15. Ora, se 9 e o número desconhecido somam 15, é evidente que se subtrairmos 9 de 15, determinaremos o número pedido. Logo, $X = 15 - 9 = 6$; donde $X = 6$.

Exemplo 3 — Determinar o valor de x na equação:

$$5 \times X = 40.$$

Solução — Agora devemos procurar um número que multiplicado por 5 dê 40. É evidente que se dividirmos 40 por 5 obteremos o número pedido. Teremos, pois:

$$X = 40 \div 5 = 8, \text{ e } 5 \times 8 = 40$$

O número X procurado será 8.

Exemplo 4 — Achar o valor de X na operação $X \div 5 = 6$.

Solução — A operação determina que se encontre um número que, dividido por 5, dê 6 por quociente. Deduz-se imediatamente que o produto de 5 x 6, ou seja 30, deve ser o número procurado, é $X = 5 \times 6 = 30$. De fato, $30 \div 5 = 6$.
Será, pois, $X = 30$ o resultado pedido.

56. Uso Incorreto do Sinal de Igualdade

Muitas vezes, no decorrer de um cálculo, empregamos o sinal de igual, incorretamente, colocando-o entre duas expressões que não têm valor equivalente. É incorreto, por exemplo, empregar sinal de = nas seguintes expressões:

$$200 \times 4 = 800 \div 25 = 32.$$

Observando com cuidado esta expressão, você verifica que o produto 200 x 4 = 800 não é igual a 32, obtido dividindo 800 por 25. As duas operações indicadas devem escrever-se separadamente, do seguinte modo:

$$200 \times 4 = 800$$
$$800 \div 25 = 32$$

Direitos reservados

EXERCÍCIOS

1. Determine o valor de x nas seguintes expressões:

a) $4 \times X = 12$
b) $X + 12 = 16$
c) $7 + X = 14$
d) $9 - X = 7$

Resp.: *a)* 3 *b)* 4 *c)* 7 *d)* 2

e) $X - 5 = 12$
f) $16 \div X = 4$
g) $36 \div X = 3$
h) $X \div 8 = 5$

Resp.: *e)* 17 *f)* 4 *g)* 12 *h)* 40

Divisibilidade

A divisibilidade tem por objeto a determinação das condições a que devem satisfazer os números para serem divisíveis por outros.

Por exemplo:

- Um número maior é divisível por outro menor, quando a divisão do primeiro pelo segundo dá um ***quociente exato,*** isto é, quando o número menor está contido um número exato de vezes no maior. Assim: ***o número 8 é divisível por 2, porque a divisão de 8 por 2 dá o quociente exato 4.***
- O número maior chama-se ***múltiplo*** do menor.
- O número menor chama-se ***fator, divisor*** ou ***submúltiplo*** do maior.

  Assim: 8 é múltiplo de 2.

  2 é fator, divisor ou submúltiplo de 8.

  — *Números pares* são os números divisíveis por 2.

  Exemplo: 2, 4, 6, 8 são pares.

  — *Números ímpares* são os números que não são divisíveis por 2.

  Exemplo: 1, 3, 5, 7, 9 são ímpares.

57. Caracteres da Divisibilidade

- *Divisibilidade por 10, 100, 1 000 (etc.)*

  Um número é divisível por 10, quando termina em zero; por 100, quando termina em dois zeros; por 1 000, quando termina em três zeros, etc.

  Assim: 120 é divisível por 10; 3 600, por 10 e por 100; 14 000 por 10, 100 e 1 000.

$$120 \div 10 = 12$$
$$3\,600 \div 100 = 36$$
$$14\,000 \div 1\,000 = 14$$

- *Divisibilidade por 2*

  Um número é divisível por 2, quando termina em zero ou em algarismo par. Por exemplo: O número 420 é divisível por 2, pois termina em 0. O número 226 também é divisível por 2, porque 6 é par. O número 817 não é divisível por 2 porque termina em 7 (nº ímpar).

$$420 \div 2 = 210$$
$$226 \div 2 = 113$$

Direitos reservados

- *Divisibilidade por 5*

  Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou em 5.

  Exemplo: O número 260 é divisível por 5, porque termina em zero. O número 625 é divisível por 5, porque termina em 5. Mas 549 não é divisível por 5, pois não termina em 5 ou 0.

$$260 \div 5 = 52$$
$$625 \div 5 = 125$$

- **Divisibilidade por 4**

  Um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos são zeros ou formam um múltiplo de 4.

  Assim: 1700 é divisível por 4, pois termina em zeros. 428 também é divisível por 4, porque os dois últimos algarismos formam o número 28, que é múltiplo de 4. Mas 375 não é múltiplo de 4.

- **Divisibilidade por 25**

  Um número é divisível por 25 quando termina em dois zeros ou em 25, 50, 75.

  Exemplo: os números 2400, 425, 2750 e 875 são divisíveis por 25.

- **Divisibilidade por 9 e por 3**

  Um número é divisível por 9 ou por 3, quando a soma dos seus algarismos for divisível por 9 ou por 3.

  Exemplo: Os números 270, 810, 23 571, 49 734, são divisíveis por 9 e por 3, porque as somas dos seus algarismos são, respectivamente, 9, 9, 18 e 27 e estes números são múltiplos de 9 e de 3.

$$2 + 7 = 9$$
$$8 + 1 = 9$$
$$2 + 3 + 5 + 7 + 1 = 18$$
$$4 + 9 + 7 + 3 + 4 = 27$$

  Os números 87, 1 254, 72 453, 17? 563 são divisíveis por 3 mas não por 9, porque as somas dos seus algarismos são, respectivamente, 15, 12, 21 e 24. Estes números são múltiplos de 3, mas não de 9.

- **Divisibilidade por 6**

  Um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3.

Exemplo — 228 é divisível por 6 porque é par (divisível por 2) e a soma de seus algarismos (2 + 2 + 8 = 12) dá um número divisível por 3.

- **Divisibilidade por 8**

  Um número é divisível por 8 quando os seus três últimos algarismos o forem.

  Exemplo: Número dado: 98 234 776.

  Dividindo 776 por 8, você tem:

$$\begin{array}{r|l} 776 & 8 \\ \hline 56 & 97 \\ 0 & \end{array}$$

  A divisão não deixou resto. Assim, 776 é divisível por 8 e, conseqüentemente, 98 234 776 também o é.

Direitos reservados

- **Divisibilidade por 7**

Você determina a divisibilidade de um número por 7, da seguinte maneira:

a) separe o último algarismo da direita.
b) Multiplique esse número por 2.
c) Subtrair o produto do número restante: — ***se a diferença for um número divisível por 7, o número dado também o será.***

Exemplo: Número dado: 2 646.
Seguindo o processo acima exposto, você tem:
a) 264.....6
b) 6 x 2 = 12
c) 264 — 12 = 252
Recomeçando o processo:
a) 25.....2
b) 2 x 2 = 4
c) 25 — 4 = 21 (que é reconhecidamente divisível por 7) X
Conclusão: 2 646 é divisível por 7.

Forma prática:
Número dado: 40 201

4020 | 1 x 2 = 2
— 2 |
401 | 8 x 2 = 16
— 16 |
38 | 5 x 2 = 10
— 10 |
28 (Nº divisível por 7. Logo, 40 201 também o é)

- **Divisibilidade por 12**

Um número é divisível por 12, quando o for, ao mesmo tempo, por 3 e por 4, pois 3 x 4 = 12.
Exemplo: 108 é divisível por 3 porque 1 + 8 = 9. E é divisível por 4, conforme a regra explicada anteriormente: os dois últimos algarismos são multiplos de 4. Assim: 108 ÷ 12 = 9.
De maneira idêntica poderão ser reconhecidos os números divisíveis por:

14 múltiplo de 2 e de 7
15 múltiplo de 3 e de 5
18 múltiplo de 9 e de 2
21 múltiplo de 3 e de 7
24 múltiplo de 3 e de 8
35 múltiplo de 5 e de 7
45 múltiplo de 5 e de 9 (etc.).

- **Divisibilidade por 11**

Um número é divisível por 11, quando a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar, contando ***da direita para a esquerda,*** e a soma dos algarismos de ordem par, é zero ou múltiplo de 11.

Os algarismos de ordem ímpar são: o 1º, 3º, 5º, 7º, 9º, etc. Os algarismos de ordem par são: o 2º, 4º, 6º, 8º, etc.

Direitos reservados

- Comprove, agora, facilmente, que o número ***7 839 568*** é divisível por 11:
  - Soma dos algarismos de ordem ímpar:
    $8 + 5 + 3 + 7 = 23$
  - Soma dos algarismos de ordem par:
    $6 + 9 + 8 = 23$
  - A diferença entre as somas é zero:
    $23 - 23 = 0$

- O número ***492 635*** também é divisível por 11:
  - Soma dos algarismos de ordem ímpar:
    $5 + 6 + 9 = 20$
  - Soma dos algarismos de ordem par:
    $3 + 2 + 4 = 9$
  - A diferença entre as somas é 11:
    $20 - 9 = 11$

- O número ***32 927 081*** também é divisível por 11:
  - Soma dos algarismos de ordem ímpar:
    $1 + 0 + 2 + 2 = 5$
  - Soma dos algarismos de ordem par:
    $8 + 7 + 9 + 3 = 27$
  - A diferença entre as somas é múltiplo de 11:
    $27 - 5 = 22$

Números Primos

58. Definição

Números primos são os números divisíveis somente por si próprios e pela unidade, ou seja, por 1.

Exemplo: 2, 3, 11, 29 são números primos. Veja a seguir todos os números primos menores que 100:

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
71	73	79	83	89	97				

Todos os restantes números da primeira centena são compostos.
Compostos ou ***múltiplos*** são os números não primos. Embora divisíveis por si próprios e por 1, os números compostos são divisíveis também por outro ou outros números. Assim, 15 é um número composto, porque, além de se divisível por 1 e por 15, é também por 3 e por 5.

Direitos reservados

59. Números Primos Entre si

Dois ou mais números dizem-se primos entre si, quando a unidade, isto é, 1, é o único fator que divide exatamente todos eles.

Exemplo: Os números 8, 5, 6 e 21 são primos entre si, pois a unidade é o único divisor comum a todos.

60. Tabela dos Números Primos

Ainda não foi demonstrado se o conjunto dos números primos é finito ou infinito. Podemos, todavia, montar uma relação de números primos inferiores a um número determinado, usando o seguinte processo:

a) escrevem-se os números naturais, em ordem crescente, até o número desejado;

b) riscam-se os números pares, com exceção do 2;

c) riscam-se os múltiplos de 3, excetuando o próprio 3, e assim, sucessivamente, os múltiplos de 5, 7, 11, 13, etc., preservando sempre o próprio número.

Usando este método, constrói-se o "Crivo de Eratóstenes", cujo exemplo, limitado a 100, você pode observar a seguir:

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	18	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

61. Reconhecimento de um Número Primo

Para saber se um número é primo ou não, você deve dividir o número dado por todos os números primos, em ordem crescente, até que o quociente seja menor ou igual ao divisor. Se nenhuma das divisões for exata, o número será primo.

Tomemos, como exemplo, o número 97:

97	2	97	3	97	5	97	7	97	11
17	48	07	32	47	19	27	13	09	8
1		1		2		6			

O quociente 8 é menor que o divisor 11, e a divisão ainda deixou resto 9. Assim, o número 97 é primo.

Direitos reservados

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Todo número que não é primo pode ser considerado um produto de vários fatores primos. A operação pela qual se determinam esses fatores, cujo produto é igual a um número dado, chama-se ***decomposição em fatores primos.***

Para decompor um número nos seus fatores primos, você deve dividir o número dado, e os quocientes que daí vão resultando, pelo seu fator primo menor, deferente da unidade, até obter o quociente 1.

O produto de todos os divisores é igual ao número proposto. Para efetuar esta operação é conveniente recordar as regras da divisibilidade.

EXEMPLO PRÁTICO

Decompor o número 840 em fatores primos

Disposição prática

840	2
420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

O número dado, 840, é divisível por 2. Este fator primo deve ser escrito à direita do traço vertical e o quociente de 840 por 2, que é 420, deve ser colocado abaixo do dividendo. O quociente 420 também é divisível por 2. O novo quociente, 210, escreve-se abaixo do dividendo, e assim por diante, até chegar ao quociente 7 Sendo primo, 7 só é divisível por si próprio e você obtém o último quociente, 1.

Os fatores primos que resultam da decomposição do número são 2, 2, 2, 3, 5 e 7. Conseqüentemente,

$$840 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 8 \times 3 \times 5 \times 7$$

Você efetua a decomposição executando as divisões mentalmente. Para dividir um número por 2, por 3, por 5, não se torna necessário escrever o dividendo, o divisor e o resto, como na divisão normal. Pode efetuar-se esta decomposição da seguinte forma:

— ***Primeiro dividendo:*** 840, divisível por 2.
A metade de 8 é 4, a de 4 é 2 e a de zero é zero.

— ***Segundo dividendo:*** 420, divisível por 2.
A metade de 4 é 2, a de 2 é 1 e a de zero é zero.

— ***Terceiro dividendo:*** 210, divisível por 2.
A metade de 2 é 1, a de 1 é 0 e a de 10 é 5. O algarismo 1, não tendo metade, junta-se ao zero e divide-se o número 10 por 2.

— ***Quarto dividendo:*** 105, divisível por 3, pois 1 + 5 = 6, e 6 é múltiplo de 3. A terça parte de 10 é 3 e sobra 1. Esta unidade une-se ao 5 e a terça parte de 15 é 5 porque: 3 x 5 = 15.

— ***Quinto dividendo:*** 35, divisível por 5.

Direitos reservados

Os Conjuntos

62. Observações Sobre Conjuntos

No início deste estudo sobre operações fundamentais, você aprendeu o que é ***conceito primitivo.*** Na matemática moderna são considerados conceitos primitivos o ponto, as linhas reta e curva, a esfera, o plano, o conjunto, etc.

Sendo, pois, um conceito primitivo, a noção de conjunto é adquirida e entendida, simplesmente, como uma coleção de seres.

Veja, por exemplo, alguns tipos de conjuntos:

- o povo de um país
- o mobiliário de uma casa
- os edifícios de uma cidade
- os rios de uma bacia fluvial
- os navios de uma esquadra, etc.

Conjunto é, pois, até certo ponto, sinônimo de ***coleção, classe*** ou ***grupo.*** Assim, o coletivo ***povo*** é uma particularização do conjunto dos seres humanos. ***Esquadra*** é uma particularização do conjunto dos navios. ***Fauna*** é uma particularização do conjunto dos animais, e assim por diante.

- Observe que no conjunto do ***povo de um país*** podem ser identificados diversos outros conjuntos:
  - o conjunto dos católicos
  - o conjunto dos homens
  - o conjunto das mulheres
  - o conjunto das pessoas de raça branca (no qual se incluem homens e mulheres, católicos ou não)
  - o conjunto das pessoas que vivem nas cidades (no qual se incluem homens e mulheres, católicos ou não, de raça branca, amarela ou negra), etc.

- No conjunto do ***mobiliário de uma casa*** podem ser apontados outros conjuntos:
  - os móveis da sala
  - os móveis do dormitório, etc.

- No conjunto dos ***edifícios de uma cidade:***
  - o conjunto dos edifícios de até 10 andares
  - o conjunto dos edifícios de mais de 10 andares

- No conjunto dos ***rios de uma bacia fluvial:***
  - o conjunto dos rios navegáveis
  - os conjuntos dos afluentes da margem direita e dos afluentes da margem esquerda

Direitos reservados

— No conjunto dos ***navios de uma esquadra:***

— o conjunto dos navios de combate (porta-aviões, cruzadores, contra-torpedeiros, submarinos)

— o conjunto dos navios auxiliares (navios-tanque, rebocadores, etc.).

Nae — Porta-aviões
NC — Navios de combate
Naux — Navios auxiliares

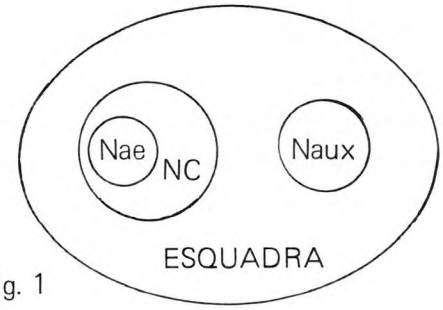


Fig. 1

É importante que você tenha em mente o seguinte: — na matemática, a noção de conjunto inclui:

— conjunto finito
— conjunto infinito
— conjunto unitário
— conjunto vazio
— conjunto-universo

Vamos agora tratar pormenorizadamente de cada um deles. Mas, antes, observe que cada conjunto é composto de unidades. Assim, por exemplo, o conjunto dos porta-aviões da esquadra é composto de um navio deste tipo, que corresponde a uma unidade.

Cada unidade do conjunto chama-se ***elemento.*** Neste caso, diremos que o navio do conjunto dos porta-aviões é um elemento desse conjunto, contido no conjunto maior dos navios de combate, que por sua vez está contido no conjunto geral denominado esquadra.

- **Conjunto finito**

  É o conjunto que possui um número conhecido de elementos. O exemplo da esquadra, já citado, é um conjunto finito, pois, por mais numerosa que seja a esquadra, o total será sempre conhecido (Veja Fig. 1).

  Exemplos: Conjunto da esquadra
  A = {Nac; Nc; Naux}
  Conjunto dos números pares até 18:
  B = {2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18}

- **Conjunto infinito**

  É o conjunto que possui um número ilimitado ou desconhecido de elementos.

Exemplos: Conjunto dos números inteiros:
C = {1; 2; 3; 4; 5...}
(As reticências ... lêem-se: ***e assim por diante***)

Outros exemplos de conjuntos infinitos: ***os corpos celestes, a fauna marinha, os grãos de areia, etc.***

Direitos reservados

- **Conjunto unitário**

  É o conjunto composto de um único elemento. (Reveja o exemplo da esquadra, citado).

  $$D = \{ Nae \}$$

- **Conjunto vazio**

  É o conjunto que não possui nenhum elemento. Representa-se o conjunto vazio com a letra escandinava $\emptyset$

  Como exemplo, poderíamos citar o conjunto dos encouraçados da esquadra já mencionada anteriormente. Como a esquadra da nossa ilustração (Fig. 1) não possui este tipo de n avio, fazemos a seguinte representação:

  $$E = \emptyset \quad \text{ou} \quad E = \{\ \}$$

Mais adiante falaremos do ***conjunto-universo.*** Voltemos, agora, ao conjunto dos números pares até 18:

$$B = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18\}$$

Evidentemente, o número 14 faz parte (pertence) do conjunto finito B, que vai até o número 18.

Em um diagrama teríamos o seguinte (Veja Fig. 2):

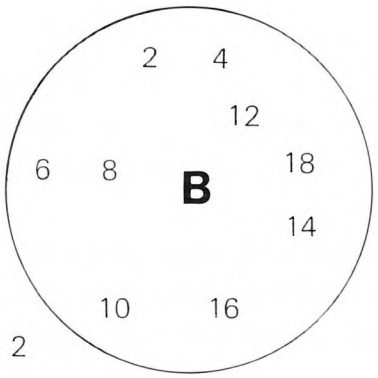


Fig. 2

$14 \in \{B\}$ (lê-se: ***14 pertence ao conjunto B***).

Entretanto, o número 20, embora pertencendo ao conjunto infinito dos números pares, fica excluído (***não pertence***) do conjunto B, que é finito e limitado pelo número 18.

Observe a representação:

$20 \notin \{B\}$ (lê-se: ***não pertence ao conjunto B***).

Suponha, a partir deste instante, que vamos visitar uma base aérea, onde existem 9 aviões dos seguintes tipos:

3 aviões de bombardeio (AB)
3 aviões de transporte de tropas (AT)
3 aviões de caça, p/escolta (AE)

Os aviões de bombardeio (AB) e os aviões de transporte (AT) só cumprem suas missões escoltados pelos caças (AE). Assim, o comandante da base poderá, conforme as necessidades, compor dois conjuntos de aviões: o conjunto B e o conjunto T.

Direitos Reservados

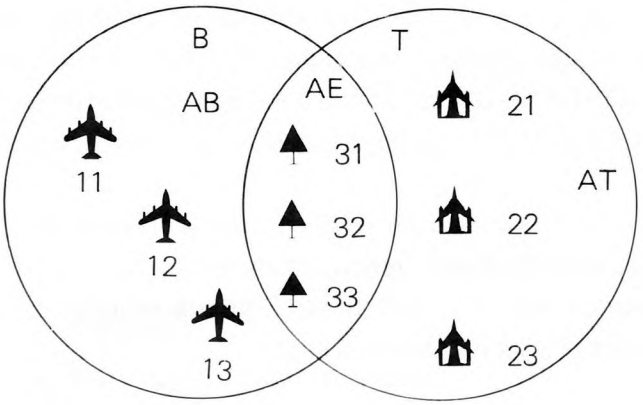


Fig. 3

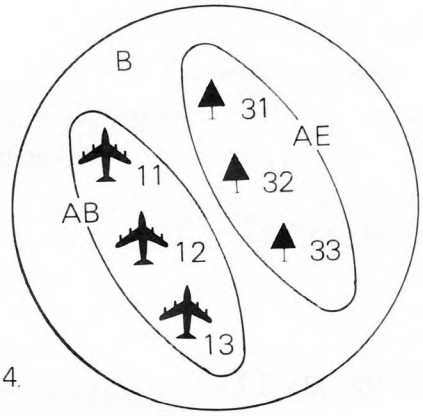


Fig. 4

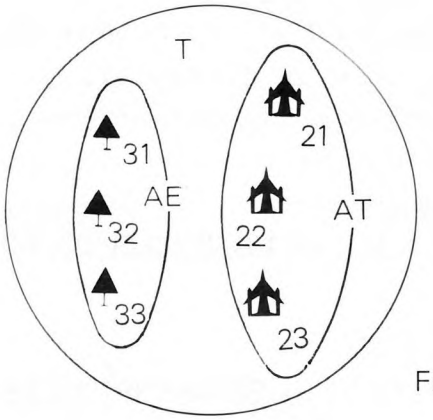


Fig. 5

B = {AB; AE} conjunto composto pelos bombardeiros e pelos caças.

T = {AT; AE} conjunto composto pelos aviões de transporte e pelos caças.

Você observou que os caças aparecem tanto no conjunto B como no conjunto T. Assim, os caças AE são comuns aos dois conjuntos B e T. Ou, melhor dizendo, o conjunto B intercepta T no setor AE. Representamos assim:

$B \cap T = \{AE\}$ sendo $\cap$ o símbolo de ***intersecção ou inter.***

Se, entretanto, o comandante desta hipotética base aérea necessitar, para uma determinada missão, de ***todos*** os aviões, teremos, então, de uma só vez, no ar, os conjuntos AB, AT, AE reunidos. A representação será a seguinte:

$B \cup T = \{AB; AT; AE\}$ sendo $\cup$ o símbolo de ***conjunto reunião*** ou ***reunião de conjuntos.***

Atribuímos a cada avião um número:

AB = 11, 12, 13
AT = 21, 22, 23
AE = 31, 32, 33

e transformando todos os exemplos anteriormente citados, nos números atribuídos, teremos:

$B = \{11; 12; 13; 31; 32; 33\}$
$T = \{21; 22; 23; 31; 32; 33\}$
$B \cap T = \{31; 32; 33\}$
$B \cup T = \{11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33\}$

Direitos reservados

Rumando para os seus destinos, os nove aviões que constituem a reunião de conjuntos

$$B \cup T = \{AB; AT; AE\} \text{ ou}$$
$$B \cup T = \{11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33\}$$

precisam ser abastecidos durante o vôo e, em local pré-estabelecido, junta-se a eles um avião-abastecedor, de n.º 41 que, durante algum tempo, acompanha o conjunto. Este avião não pertence aos conjuntos AB, AT, AE, B ou T nem à reunião de conjuntos a que nos referimos até agora. Teríamos, então, o caso:

O avião n. $11 \in \{AB\}$
O avião n. $22 \in \{AT\}$ O avião n. $31 \in \{AE\}$ ou então:
$AB; AE \in \{B\}$ $AT; AE \in \{T\}$

Se designássemos os aviões pelos seus números, e usando os exemplos acima citados, teríamos:
$11 \in \{11; 12; 13\}$ $22 \in \{21; 22; 23\}$ $31 \in \{31; 32; 33\}$

ou então:
$11; 12; 13; 31; 32; 33 \in \{B\}$ $21; 22; 23; 31; 32; 33 \in \{T\}$

Mas, incorporou-se ao esquadrão uma aeronave (n.º 41) que não pertence ao conjunto reunido. Diríamos:

$$\text{Avião n.º } 41 \notin \{B \cup T\}$$

Também poderíamos afirmar que:

$41 \notin \{AB\}$ $41 \notin \{AT\}$ e $41 \notin \{AE\}$

ou, numerando os aviões:

$41 \notin \{11; 12; 13\}$ $41 \notin \{21; 22; 23\}$ e $41 \notin \{31; 32; 33\}$

Um conjunto de três aviões chama-se esquadrilha. O chefe de uma esquadrilha vai sempre à frente e é denominado o "líder".

O líder da esquadrilha AB é o avião n.º 11, ou o avião n.º 11 = líder de AB; entretanto, na esquadrilha AE, o líder não é o n.º 11 e sim o n.º 31.

Então, o líder de AE (n.º 31) é diferente do líder de AB (n.º 11) ou: líder de AE ≠ líder de AB, ou simplesmente:

$$31 \neq 11;$$

Ainda, na base aérea que você está observando, existem três esquadrilhas de aviões, cada uma delas destinada a cumprir uma tarefa:

AB — Bombardeio
AT — Transporte de tropas
AE — Caça de escolta

e essas esquadrilhas podem se compor em dois conjuntos:

$B = \{AB; AE\}$ ou $B = \{11; 12; 13; 32; 32; 33\}$ e
$T = \{AT; AE\}$ ou $T = \{21; 22; 23; 31; 32; 33\}$ e
$B \cap T = \{AE\}$ ou $B \cap T = \{31; 32; 33\}$

Direitos reservados

e mais ainda, conforme as circunstâncias

$B \cup T = \{AB; AT; AE\}$ ou

$B \cup T = \{11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33\}$

Os nove aviões pertencentes à base aérea constituem, em si, um conjunto maior — A —, cujos elementos são as três esquadrilhas. Teríamos, então:

$A = \{AB; AT; AE\}$ ou, por definição anterior:

$B \cup T = \{A\}$ isto é, o conjunto-reunião $B \cup T$ resulta no conjunto A. Infere-se, daí, que A é um conjunto maior, que contém os conjuntos B e T, ou que B e T estão contidos no conjunto A:

$$B \subset A \quad e \quad T \subset A$$

O símbolo $\subset$ lê-se ***está contido.***

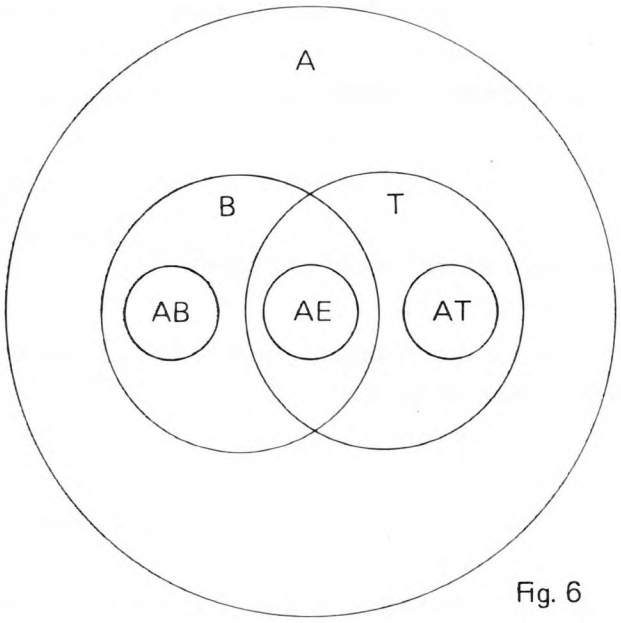


Fig. 6

O que dissemos poderá ser representado assim:

$AB \subset B$; $AE \subset B$; $AT \subset T$; $AE \subset T$;

$B \subset A$; $T \subset A$; $AB \subset B \subset A$; $AT \subset T \subset A$;

Como você pode ver no diagrama da Fig. 6.

Usando os números dos aviões, teremos:

$A = \{11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33\}$

$B = \{11; 12; 13; 31; 32; 33\}$

Portanto:

$B = \{11; 12; 13; 31; 32; 33\} \subset A =$

$= \{11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33\}$ ou simplesmente:

$B \subset A.$

Se $B \subset A$ (B está contido em A) é lógico que, neste caso, $A \supset B$ (A ***contém*** B). O símbolo $\supset$ lê-se: ***contém.***

Exemplificando, consideremos o conjunto de bombardeio:

$B = \{AB; AE\}$ ou $B = \{11; 12; 13; 31; 32; 33\}$

$B \supset \{AB\}$ ou $B \supset \{11; 12; 13\}$ e, também, $B \supset \{AE\}$

$A \supset B$; $A \supset T$; $A \supset AB$; $A \supset AT$; $A \supset AE$

ou, generalizando: $A \supset BT$

Direitos Reservados

Conjunto Universo

Se A (os aviões da base aérea) contém outros conjuntos — as esquadrilhas de bombardeio (AB), de transporte (AT) e de caça (AE), poderemos dizer que AB, AT e AE são subconjuntos de A. Outro exemplo: o elemento do conjunto ***povo*** é o ***indivíduo.*** Todavia, dentro do conjunto ***povo*** podemos perceber alguns outros conjuntos que, algumas vezes, se interceptam — o conjunto dos homens, o conjunto das mulheres, o conjunto dos civis, o conjunto dos militares, o conjunto dos católicos, etc. Considerados isoladamente, cada grupo citado constitui um conjunto, porém, dentro do conjunto maior, que é o ***povo.*** Esses conjuntos menores transformam-se em ***subconjuntos*** ou ***elementos.***

Ampliando a área do conjunto, compreendemos que o conjunto ***povo*** é um elemento do conjunto dos seres vivos de um país. E esta conceituação irá se estendendo até onde alcance o conhecimento humano. O elemento ***indivíduo*** do conjunto ***povo*** constitui, por sua vez, uma reunião de subconjuntos: os aparelhos respiratório, digestivo, circulatório, o sistema nervoso, o esqueleto, etc. O ***povo*** é um subconjunto dos seres vivos que tomam parte no conjunto "Planeta Terra", que participa do conjunto "Sistema Solar" e, assim por diante, até chegarmos às galáxias e ao Universo.

Pelo exposto acima, você pode deduzir que todo conjunto é parte ou subconjunto de um outro, situado em plano superior. A pequenina parcela dos aviões da báse aérea mencionada, a que denominado $A = \{B; T\}$ está contida no conjunto maior, que é a força aérea do País (FA):

$$A = \{B;\ T\} \subset FA \quad \text{ou}$$
$$FA \supset A = \{B; T\}$$

O conjunto FA (força aérea) contém o subconjunto A, que é constituído pelos esquadrões B e T.

Subindo mais um degrau, e agrupando as forças aéreas do continente (M), teríamos:

$$FA \subset M \quad \text{ou:}$$
$$M \supset FA \supset A = \{BT\}$$

Se encarássemos o conjunto de todos os aviões, de todos os tipos e de todos os países do mundo, e o representássemos por W, teríamos:

$M \subset W$ As forças aéreas do continente (M) ***estão contidas*** no conjunto dos aviões do mundo (W) ou:

$W \supset M$ O conjunto dos aviões do mundo (W) ***contém*** o subconjunto das forças aéreas continentais (M).

Neste caso W seria o conjunto-universo do setor ***aviões.***
Definindo:

> ***Conjunto Universo*** é o conjunto que contém todos os elementos com os quais trabalhamos.

Geralmente, o conjunto-universo é designado pela letra U, que no diagrama de Venn ficará situado no canto superior esquerdo do retângulo que representa o conjunto-universo. Assim, teríamos:

$$U \supset M \supset FA \supset A = \{B; T\} \text{ ou}$$
$$A = \{B; T\} \subset FA \subset M \subset U$$

pois, neste caso, W = U, representado pelo diagrama de Venn (Fig. 7).

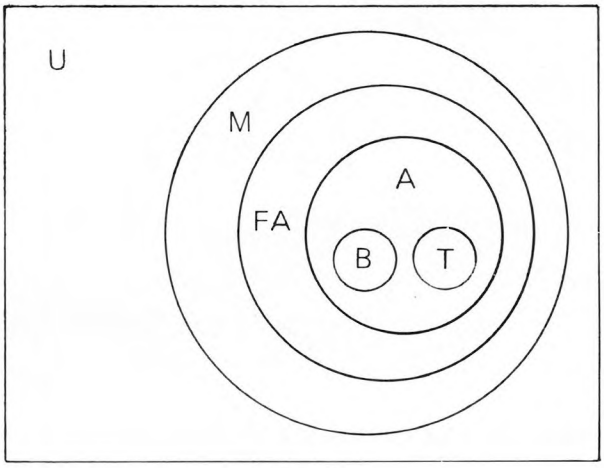


Fig. 7

Subconjunto

Esta noção você também já adquiriu. Vamos exemplificar agora, para reforçá-la: o conjunto A será subconjunto de FA se todos os elementos que pertencem a A pertencerem, também, a FA. Ora, já sabemos que A é o conjunto dos aviões da base aérea e pertencem todos à Força Aérea do País (FA). Então A é um subconjunto de FA, ou A é parte de FA ou, ainda, A está contido em FA ou FA contém A, o que poderá ser representado assim:

$A \subset FA$ A está contido em FA, ou
$FA \supset A$ FA contém A.

Entretanto, se um único elemento de um conjunto for excluído ou ficar de fora do conjunto maior, a contenção estará completamente impossibilitada. Exemplificando:

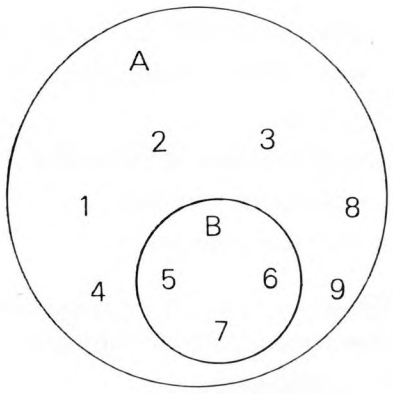


Fig. 8

A = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}
B = {5; 6; 7}

Verificamos que os elementos do conjunto B estão, em sua totalidade, contidos no conjunto A. Podemos, então, escrever:

$B \subset A$, $A \supset B$,

ou então dizer que B está contido em A, A contém B e, finalmente, B é um subconjunto de A.

Direitos Reservados

Se um dos elementos do conjunto B deixasse, por qualquer razão, de pertencer ao conjunto A, o diagrama ficaria assim:

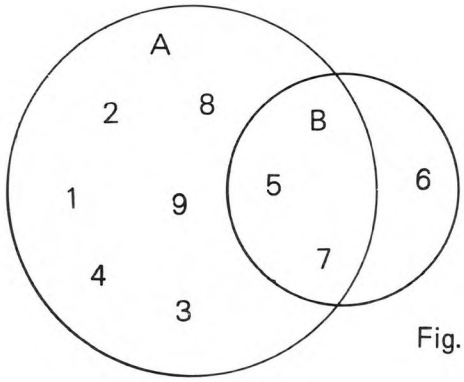


Fig. 9

onde o conjunto B possui dois elementos (5 e 7) pertencentes ao conjunto A e um (6), do lado de fora, caso em que, automaticamente, cessa a contenção. Escrevendo, teríamos:

$A \not\supset B$ A ***não contém*** B

$B \not\subset A$ B ***não está contido em*** A, ou, então, que B não é um subconjunto de A.

Os sinais $\not\subset$ e $\not\supset$ significam, respectivamente, ***não está contido*** e ***não contém.*** Com relação ao diagrama acima, estando o elemento 6 fora do conjunto A, podemos escrever:

$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9\}$

$B = \{5; 6; 7\}$ onde: $\{5; 7\} \in A$, $\{5; 7\} \in B$

$6 \in A$, $A \not\supset B$ $B \not\subset A$ e $A \cap B = \{5; 7\}$

$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Vimos, assim, que ocorreu uma intersecção, e não uma contenção.

63. Comparação de Conjuntos

Muitas vezes, uma proposição (L) conduz a uma conseqüência (M) que, tornando-se a proposição, terá como conseqüência a proposição anterior. Para esclarecer, veja os seguintes exemplos:

a) ***Todos os navios de combate são armados***

Proposição L = navios de combate

Conseqüência M = são armados

Invertendo a frase:

b) ***Todos os navios armados são de combate***

Proposição M = navios armados

Conseqüência L = são de combate.

L	M	
navios de combate	navios armados	ou
M	L	
navios armados	navios de combate.	

Direitos Reservados

Qualquer das formas apresentadas é verdadeira, pois não existem navios de combate desarmados e nem navios armados que não sejam de combate. Dizemos, assim, que existe uma ***implicação dupla*** entre a proposição L e a conseqüência M, situação que é representada pelo símbolo ⇔ (lê-se: ***equivale***).

Observe outros exemplos:

a) ***Se for ser humano morre***

Proposição L = se for ser humano

Conseqüência M = morre

Fazendo a inversão:

b) ***Se morre é ser humano***

Proposição M = se morre

Conseqüência L = é ser humano.

No segundo caso — "se morre é ser humano" — a sentença não é verdadeira, pois além dos seres humanos outros seres vivos também morrem, como as aves, os peixes, os quadrúpedes, etc. Há então, uma ***implicação simples*** entre a proposição L e a conseqüência M.

L		M
Se for ser humano	⇒	morre

Só esta forma é verdadeira, daí utilizarmos o símbolo ⇒ (lê-se: ***implica***).

Vamos considerar agora, dois conjuntos compostos de elementos iguais:

L = {a; b; c; d} e M = {b; a; d; c}

Os elementos do conjunto L são os mesmos do conjunto M.

Em um diagrama, teríamos:

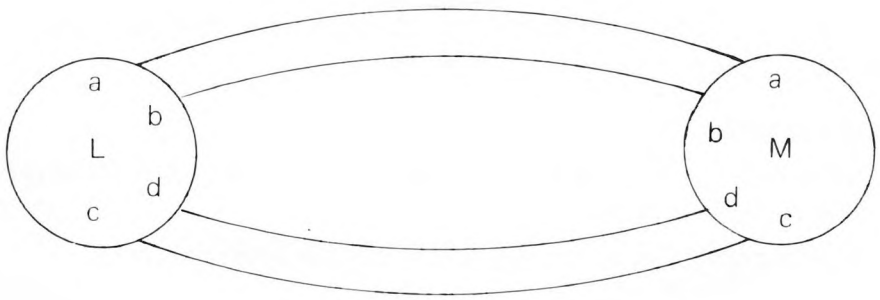


Fig. 10

Verificamos que para cada elemento de L corresponde um elemento de M e, reciprocamente, para cada elemento de M corresponde um elemento de L. Há o que chamamos uma correspondência ***bi--unívoca,*** uma igualdade ou uma equivalência, que seria representada assim:

L = M M = L ou L⇔ M (lê-se: L ***equivale a*** M)

Tomemos, agora, outro exemplo:

$P = \{a; b; c; d\}$ e $N = \{b; a; c\}$

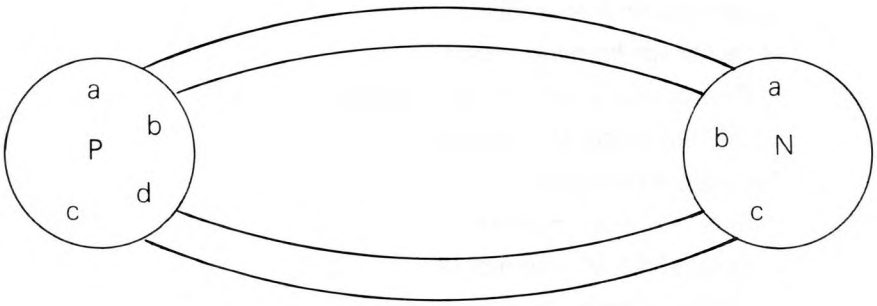


Fig. 11

Vemos que, para cada elemento de N corresponde um elemento de P, mas nem todos os elementos de P encontram um correspondente em N (o elemento ***d*** não encontra). Em um diagrama, veríamos:

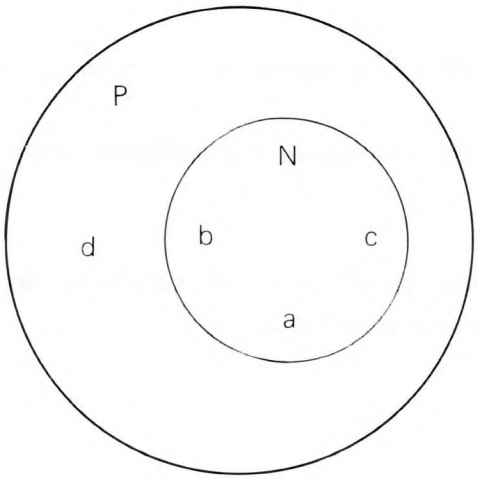


Fig. 12

que seria escrito assim:

$N = \{b; a; c\} \subset P = \{a; b; c; d\}$ ou $P \supset N$ mas $N \not\supset P$ (N ***não contém*** P).

$P \neq N$ (P é diferente de N)

$P \Rightarrow N$ (P implica N), caso em que ocorre correspondência ***unívoca.***

64. Notações finais sobre Conjuntos

Símbolos e Regras

a) As chaves { } que limitam os exemplos já citados, devem ser usadas sempre que quisermos dar a noção de ***conjunto.***

b) Um conjunto fica determinado quando todos os seus elementos são identificados.

c) Os objetos de um conjunto, chamados ***elementos,*** podem ser representados por nomes, figuras, números ou símbolos, devendo, no último caso, ser dada a preferência às letras latinas minúsculas: a, b, c, ...

Exemplos:

A = {a; b; c; d}
B = {cachoro; gato; cobra; passarinho} animais domésticos.
C = {□ ; Δ ; ○ ; ◇} figuras geométricas.
D = {1; 3; 5; 7} os quatro primeiros números ímpares.
E = {1; 2; 3; 4...} os números inteiros.

d) Os conjuntos devem ser indicados por letras latinas maiúsculas: A, B, C...
e) Símbolos que devem ser bem conhecidos:

∈	Pertence
∉	Não pertence
∩	Intersecção ou inter
∪	conjunto união ou reunião
=	Igual a
≠	Diferente de
⊂	Está contido
⊄	Não está contido
⊃	Contém
⊅	Não contém
⇔	Equivale a
⇒	Implica
∅	Conjunto vazio

Os símbolos acima representados devem ficar suficientemente gravados na sua memória. Assim ao lê-los, você não precisará voltar atrás para rever os seus significados.

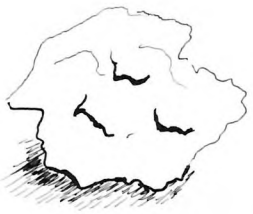
65. Noção de Número

Preste atenção a esta história. Nos tempos antigos, quando o homem não sabia ainda contar, havia um pastor que guardava em uma cesta um número de pedras igual ao número dos seus carneiros. Todas as manhãs, quando os animais saíam para pastar, a cada carneiro que passava pela porteira, ele tirava uma pedra da cesta. Ao anoitecer, fazia o contrário. A cada carneiro que entrava, uma pedra era colocada na cesta. Se alguma ficasse de fora, era porque um dos carneiros estava faltando.

Na sua ignorância, o pastor tinha estabelecido a idéia de 2 conjuntos biunívocos. Cada pedra representava um carneiro e, reciprocamente, cada carneiro, uma pedra. Se duas pedras ficassem de fora, ele, provavelmente, diria, com as pedras nas mãos: "Está faltando ISTO de carneiros". O "isto", indefinido para quem não via as pedras, levou o homem a idealizar uma forma de expressar a quantidade de carneiros que faltasse, sem ter de exibir as pedras. Assim, atribuiu nomes às diversas quantidades:

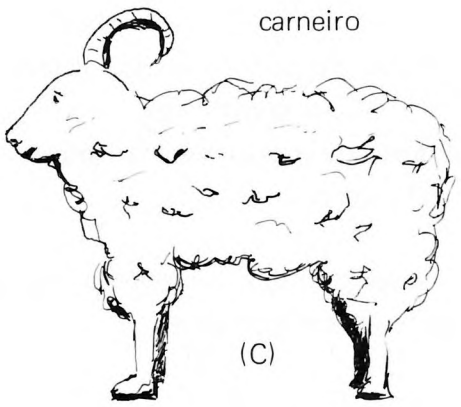
Direitos reservados

pedra



(P)

carneiro



(C)

UM

DOIS

TRÊS

etc.

P + P

P + P + P

C + C

C + C + C

À menor quantidade (de pedras ou carneiros) associou a palavra UM. Acrescentando outra pedra ao número UM, ficou com UM + UM e chamou DOIS ao resultado, e assim por diante. Como, no início da contagem, o homem utilizava, para ajudá-lo, os dedos das mãos, que são dez, o sistema decimal ficou sendo o mais difundido (por ser mais compreensível) entre os povos.

Direitos reservados

EXAME

Operações Fundamentais de Aritmética

Referência
005 – A

Observações Para o Aluno

- Antes de responder as questões você deverá ter feito um estudo minucioso e completo desta lição.
- Agora, leia cada questão até compreender bem o que se pede.
- Cada questão apresenta várias soluções. Apenas uma solução é correta.
- Em cada questão indique a solução que você julgar correta e, a seguir, transcreva, com atenção, as suas respostas para a Folha de Respostas, anexa.

1. A soma de 3 290 + 504 + 865 403 + 2 074 + 81 + 7 é:
   a) 672 359
   b) 871 359
   c) 521 369
   d) 872 359

2. Determine a diferença entre 10 001 e 15 339:
   a) 6 868
   b) 9 338
   c) 5 338
   d) 6 338

3. O minério de ferro empregado numa fábrica foi o seguinte: 3 670 toneladas em janeiro, 4 025 em fevereiro e 2 918 em março. Qual foi a quantidade total de minério gasto durante os três meses?
   a) 11 879 toneladas
   b) 10 613 toneladas
   c) 20 613 toneladas
   d) 11 613 toneladas

4. Uma fábrica onde trabalham 1 280 operários foi obrigada a dispensar 96. Quantos permaneceram empregados?
   a) 1 184 operários
   b) 1 288 operários
   c) 2 184 operários
   d) 1 174 operários

5. Uma peça de ferro fundido que pesava 2 678 kg, depois de tirada do molde e torneada, ficou com apenas 2 592 kg de peso. Qual a quantidade de metal que foi tirada durante o trabalho de torno?
   a) 106 kg
   b) 86 kg
   c) 58 kg
   d) 186 kg

6. Determine o produto 217 x 103 x 67.
   a) 1 497 517
   b) 2 597 517
   c) 1 687 527
   d) 1 597 517

7. Se uma máquina executa 78 peças diariamente, quantas executará em 26 dias, trabalhando nas mesmas condições?
   a) 1 038 peças
   b) 1 028 peças
   c) 2 028 peças
   d) 2 038 peças

8. Uma roldana faz 4 522 rotações em 34 minutos. Quantas rotações faz em 1 minuto?
   a) 153 rotações
   b) 133 rotações
   c) 233 rotações
   d) 123 rotações

9. Uma fábrica de produtos químicos recebeu um carregamento de 15 000 litros de ácido sulfúrico, o qual foi colocado em 12 recipientes de igual capacidade. Quantos litros contém cada recipiente?
   a) 2 650 litros
   b) 1 650 litros
   c) 1 250 litros
   d) 1 350 litros

10. Se a roda motora de uma locomotiva mede 6 m de perímetro, quantas voltas dará para percorrer uma distância de 354 milhas, sabendo-se que cada milha corresponde a 1 609 m?
   a) 94 931
   b) 84 931
   c) 74 931
   d) 95 031

11. A soma de três números é 256. Dois deles são 6 e 50. Qual é o terceiro?
   a) 150
   b) 200
   c) 250
   d) 210

12. Um cavalo, uma carreta e os arreios custam Cr$ 398 730,00. Se o cavalo custa Cr$ 298 730,00 e a carreta Cr$ 75 000,00, quanto valem os arreios?
   a) Cr$ 75 300,00
   b) Cr$ 25 300,00
   c) Cr$ 94 000,00
   d) Cr$ 25 000,00

13. Determine o valor da expressão $78 + 96 - 11 \times 14$.
   a) 20
   b) 30
   c) 40
   d) 2 282

14. Determine o valor da expressão: $(72 + 48 \div 24) \times 6 - 29$
   a) 415
   b) 405
   c) 425
   d) 1

15. Se uma bomba puxa 124 380 litros de água em 180 minutos, quantos litros puxa em 1 minuto?
   a) 601 litros
   b) 691 litros
   c) 791 litros
   d) 635 litros

16. Determinar o valor de x: $4 \times X = 12$.
   a) 3
   b) 48
   c) 8
   d) 16

17. Determinar o valor de x: $X \div 6 = 4$.
   a) 24
   b) 12
   c) 8
   d) 10

18. Determinar o valor de x: $36 \div X = 9$.
   a) 25
   b) 45
   c) 4
   d) 8